

T. C.
SİVAS CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ZAMAN GECİKMELİ-KESİR DERECELİ KAOTİK SİSTEMLERDE SENKRONİZASYON VE FPGA UYGULAMALARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Semih Can DEĞİRMEN

20229256002

Savunma Sanayi Teknolojileri ve Stratejileri Ana Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Kenan ALTUN

SİVAS

TEMMUZ 2024

Semih Can DEĞİRMEN'in hazırladığı ve **"ZAMAN GECİKMELİ-KESİR DERECELİ KAOTİK SİSTEMLERDE SENKRONİZASYON VE FPGA UYGULAMALARI"** adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından **SAVUNMA SANAYİ TEKNOLOJİLERİ VE STRATEJİLERİ ANA BİLİM DALI**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı	**Doç. Dr. Kenan ALTUN** Sivas Cumhuriyet Üniversitesi	……
Jüri Üyesi	**Doç.Dr. Fatih Yavuz ILGIN** Erzincan Binali YILDIRIM Üniversitesi	……..……
Jüri Üyesi	**Dr. Öğr.Üyesi Kenan KOÇKAYA** Sivas Cumhuriyet Üniversitesi	……..……..

Bu tez, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nevcihan GÜRSOY

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

Bu tez, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Senatosu'nun 20.08.2014 tarihli ve 7 sayılı kararı ile kabul edilen Fen Bilimleri Enstitüsü Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzu (Yönerge)'nda belirtilen kurallara uygun olarak hazırlanmıştır.

Bu tez, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından 123E274 Numaralı proje ile desteklenmiştir.

Bütün hakları saklıdır.

Kaynak göstermek koşuluyla alıntı ve gönderme yapılabilir.

©Semih Can DEĞİRMEN, 2024

Bu yüksek lisans tezimi, bugüne kadar bana her türlü desteği sağlayan, daima yanımda bulunan ve hiçbir fedakarlıktan kaçınmayan sevgili aileme armağan ediyorum.

ETİK

Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Tez Yazım Kılavuzu (Yönerge)'nda belirtilen kurallara uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- ✓ Bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- ✓ Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- ✓ Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere, bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu ve atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- ✓ Tezin herhangi bir bölümünü, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi veya bir başka üniversitede, bir başka tez çalışması olarak sunmadığımı; beyan ederim.

2.07.2024

Semih Can DEĞİRMEN

KATKI BELİRTME VE TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimime başladığım günden itibaren eğitimim ve çalıştığım alan üzerinde gelişme sağlayabilmem için hiçbir emeğini asla esirgemeyen, yeri geldiğinde bir abi yeri geldiğinde bir öğretmen olup her daim yol gösteren çok değerli Sayın Doç. Dr. Kenan ALTUN hocama ve yine çok değerli Sayın Dr. Öğr. Üyesi Didem ALTUN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Hayatımın her aşamasında yanımda olup, bana her şeyi başarabileceğime inandıran pek değerli annem Gülay DEĞİRMEN'e, pek değerli babam Nurettin DEĞİRMEN'e, pek değerli kardeşim Berat Can DEĞİRMEN'e, pek değerli ablam Belgüzar KORKMAZ'a ve eşi Enes KORKMAZ'a sonsuz teşekkür ederim.

Tez yazım aşamasında hiçbir zaman desteğini esirgemeyen bana her ihtiyaç duyduğumda yardımıma koşan, tez yazımında katkılar sağlayan çok değerli Sayın Türk Dili ve Edebiyatı Öğretmeni Rahime Elif KIZILKAYA'ya teşekkürlerimi sunuyorum.

Aynı kurumda çalıştığım bana her konuda yardımcı olan öncelikle değerli ağabeyim Sayın Halil HORUZ'a ve Sayın Semih ÖNAL'a, Sayın Matematik Öğretmeni Berkay Tugay POLAT'a, Sayın Mekatronik Mühendisi Ahmet Murat SARI'ya, teşekkürlerimi sunuyorum.

MATLAB programlamasında yardımları olan Sayın Bilgisayar Mühendisi Zeynep GÖK'e, İngilizce çevirilerinde yardımları olan Sayın İngilizce Öğretmeni Melike YÜREKLİ'ye teşekkürlerimi borç bilirim.

Bu tez, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından 123E274 Numaralı proje ile desteklenmiştir. Projeye verdiği destekten ötürü TÜBİTAK'a teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET

ZAMAN GECİKMELİ-KESİR DERECELİ KAOTİK SİSTEMLERDE SENKRONİZASYON VE FPGA UYGULAMALARI

Semih Can DEĞİRMEN

Yüksek Lisans Tezi
Savunma Sanayi Teknolojileri ve Stratejileri Ana Bilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Kenan ALTUN
2024, 72+xvii sayfa

Günümüzde birçok problemin araştırılması, çözümü ve kontrolü için matematiksel modellenmesi oldukça önemlidir. Matematiksel modellemelerde sistemin gerçek davranışının tam olarak belirlenememesi ve yakınsayan sonuçların elde edilmesi özellikle sürekli tekrarlanan sistemlerde önemli hata mekanizmalarının ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Doğrusal olmayan dinamik denklemler ile matematiksel olarak tanımlanabilen bu denklemler kaotik sistemlerin modellenmesinde de kullanılmaktadır. Kaotik sistemler meteorolojiden, uzay bilimine, sağlıktan, kontrol sistemlerine ve güvenilir haberleşme gibi birçok uygulama alanı vardır. Çoğu bilimsel araştırma ve çalışmada kaotik sistemlerin kullanımı kolaylık ve avantaj sağladığından kaotik sistem çalışmaları artmıştır. Özellikle karmaşık yapısı ile dikkat çeken kaotik tabanlı sistemlerin haberleşme sistemlerinde kullanılmasıyla bilgi sinyallerinin güvenilirliği artırılmıştır. Ancak kaotik sistemlerin tam dereceli olarak modellenmesi, özellikle kullanıldığı haberleşme sistemlerindeki hatalı bit sayılarını artırmakta ve zaman gecikmelerinden kaynaklı uzun senkronizasyon sürelerine neden olmaktadır. Sistemlerin kararlılıklarını etkileyen en önemli etkenlerden olan zaman gecikmesidir. Bu nedenle kaotik sistemlerin kesir dereceli olarak modellenmesinin yanında verici-alıcı sitemlerin mümkün olan en kısa sürelerde senkronize olmaları için sistemler arasındaki zaman gecikmelerinin de dikkate alınması gereklidir.

Bu tezde haberleşme sistemlerinde kullanılan kaotik bir sistemin kesir dereceli olarak elde edilmesi, daha sonra ise bir kontrolör ile zaman gecikmelerinden kaynaklı senkronizasyon gecikmelerinin azaltılması amaçlanmıştır. Yapılan çalışmada Charef

yaklaşım metodu kullanılarak kesir dereceli kaotik sistem tasarımı yapılmış ve bulanık mantık tabanlı bir kontrolör ile zaman gecikme sürelerinden kaynaklı senkronizasyon süresi azaltılmıştır. Neticede, kesir dereceli olarak gerçek sistem davranışı elde edilen bir kaotik sitemin bir kontrolör ile senkronizasyon sürelerinin azaltılabildiği gösterilmektedir. Yapılan çalışma önce bilgisayar benzetimi ile daha sonra ise FPGA kullanılarak deneysel uygulaması gerçekleştirilmiş ve doğrulanmıştır.

Anahtar kelimeler: Kesir dereceli kaotik sistemler, zaman gecikmeli sistemler, Charef metodu, FPGA.

ABSTRACT

SYNCHRONIZATION IN TIME-DELAYED FRACTIONAL-ORDER CHAOTIC SYSTEMS AND FPGA APPLICATIONS

Semih Can DEĞİRMEN

Master's Thesis
Department of Defense Industry Technologies and Strategies
Advisor: Assoc. Prof. Dr. Kenan ALTUN
2024, 72+ xvii pages

The mathematical modeling of various problems for their investigation, resolution, and control is of great significance in contemporary research. In mathematical modeling, the inability to precisely determine the real behavior of a system and to obtain convergent results can lead to significant error mechanisms, particularly in systems with repeated operations. These systems, which can be described mathematically using nonlinear dynamic equations, are also employed in the modeling of chaotic systems. Chaotic systems have a wide range of applications, including meteorology, space science, health, control systems, and secure communication. Due to the ease and advantages provided by chaotic systems in many scientific research and applications, the study of chaotic systems has increased. The use of chaotic systems in communication systems, in particular, enhances the reliability of information signals due to their complex structure. However, accurately modeling chaotic systems can increase the number of erroneous bits in communication systems and result in prolonged synchronization times due to time delays. Time delay is a critical factor affecting the stability of systems. Therefore, in addition to modeling chaotic systems as fractional-order systems, it is necessary to consider time delays between systems to ensure that transmitter-receiver systems synchronize in the shortest possible time.

This thesis aims to obtain a fractional-order chaotic system used in communication systems and subsequently reduce synchronization delays caused by time delays through a controller. In this study, a fractional-order chaotic system design was

implemented using the Charef approximation method, and a fuzzy logic-based controller was used to reduce the synchronization time caused by time delays. Consequently, it is demonstrated that the synchronization times of a chaotic system, whose real behavior is obtained as a fractional-order system, can be reduced with a controller. The study was first validated through computer simulation and then experimentally implemented and verified using FPGA.

Keywords: Fractional-order chaotic systems, time-delayed systems, Charef method, FPGA.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET ..... **Vİİİ**

ABSTRACT ..... **X**

İÇİNDEKİLER DİZİNİ ..... **Xİİ**

ŞEKİLLER DİZİNİ ..... **XİV**

ÇİZELGELER DİZİNİ ..... **XVİ**

KISALTMALAR DİZİNİ ..... **XVİİ**

1.GİRİŞ **1**

2.KAOTİK SİSTEMLER **9**

2.1.Ayrık Zamanlı Kaotik Sistemler 11

2.2.Sürekli Zamanlı Kaotik Sistemler 12

2.3.Sistemin Kaotik Analizi 12

2.3.1.Denge noktası ve kararlılık analizi 12

2.3.2.Faz portreleri 13

2.3.3.Başlangıç koşuluna hassas duyarlık analizi 13

2.3.4.Lyapunov üstelleri 14

2.3.5.Çatallaşma diyagramı 15

2.4.Örnek Kaos Sistemleri 15

2.4.1.Lorenz Kaotik Sistemi 15

2.4.2.Rössler Kaotik Sistemi 18

2.4.3.Duffing Kaotik Sistemi 20

2.4.4.Chua Kaotik Sistemi 21

2.4.5.Lü Kaotik Sistemi 22

2.5.FPGA Uygulamaları 22

3.KESİR DERECELİ KAOTİK SİSTEMLER..... 25

3.1.Kesir Dereceli Hesaplama..... 27

3.1.1. Grünwald-Letkinov yaklaşımı 27

3.1.2. Riemann-Liouville yaklaşımı..... 28

3.1.3. Caputo yaklaşımı..... 28

3.1.4. Charef Yaklaşımı..... 28

3.2.Kesir Dereceli Kaotik Sistemler..... 30

3.2.1. Kesir dereceli Lorenz Kaotik Sistemi 30

3.2.2. Kesir dereceli Chen Kaotik Sistemi 31

3.2.3. Kesir dereceli Van Der Pol Kaotik Sistemi 32

3.2.4. Kesir dereceli Rössler çekeri..... 32

4.ZAMAN GECİKMELİ SİSTEMLER VE KAOS 34

4.1.Kesir Dereceli Zaman Gecikmeli Kaotik Sistemler..... 35

4.1.1. Zaman gecikmeli kesir dereceli Liu sistemi..... 35

4.1.2. Zaman gecikmeli kesir dereceli Chen sistemi..... 36

4.1.3. Kesir dereceli Sprott-H kaotik osilatörü ve senkronizasyon..... 36

4.2.Kaotik Senkronizasyon 38

4.3.Zaman Gecikmeli Ağların Senkronizasyonu 39

5.ZAMAN GECİKMELİ KESİR DERECELİ KAOTİK SİSTEMLERİN SENKRONİZASYONU VE FPGA UYGULAMASI..... 42

6.SONUÇLAR VE ÖNERİLER 52

KAYNAKLAR..... 53

ÖZGEÇMİŞ.....HATA! YER İŞARETİ TANIMLANMAMIŞ.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Lorenz çekerinin MATLAB Simulink ile modellemesi..... 16

Şekil 2.2. Lorenz çekerinin faz diyagramları (a) x-y (b) x-z (c) y-z..... 17

Şekil 2.3. Lorenz çekerinin (x,y,z) faz diyagramı..... 17

Şekil 2.4. Rössler çekerinin MATLAB Simulink modellemesi..... 18

Şekil 2.5. Rössler çekerinin faz diyagramları: a) x-y, b) x-z, c) y-z. 19

Şekil 2.6. Rössler çekerinin üç boyutlu (x,y,z) faz diyagramı. 19

Şekil 2.7. Duffing çekerinin MATLAB-Simulink modellemesi..... 20

Şekil 2.8. Duffing çekerinin faz diyagramı..... 21

Şekil 2.9. Chua sisteminin faz diyagramı. 21

Şekil 2.10. Lu sisteminin faz diyagramı. 22

Şekil 2.11. Xilinx ZedBoard Zynq-7000 geliştirme kartı. 23

Şekil 2.12. Xilinx Zybo Z7-20 geliştirme kartı. 24

Şekil 3.1. Kesir dereceli sistemlerin kararlılık teorisi..... 30

Şekil 4.1. q=0,91 başlangıç koşulunda Sprott-h osilatörü x-y, x-z ve y-z faz portresi..... 36

Şekil 4.2. Sprott-H osilatörü için x(t), y(t) ve z(t) grafiği..... 37

Şekil 4.3. Kesirli dereceli Sprott-H osilatörünün y(t) durum değişkenine karşılık gelen kaotik yörüngesi. 37

Şekil 4.4. Kesirli dereceli Sprott-H Osilatöründe y(t) dinamiğine ait kesir dereceli ve tam dereceli senkronizasyonu 41

Şekil 5.1. Sprott H kesir dereceli kaotik sistemin faz uzay diyagramı: a) x-y b) x-z c) y-z 44

Şekil 5.2. Önerilen modelin blok diyagramı..... 46

Şekil 5.3. Zaman gecikmeli kesir derecli modelin benzetimi. Kırmızı renkli sinyal verici, mavi sinyal alıcı sinyali sembolize etmektedir. Yeşil sinyal ise alıcı verici sinyallerin hata miktarını göstermektedir..... 48

Şekil 6.1. FPGA ve DAC kullanılarak gerçekleştirilen uygulamanın deneysel bağlantıları. 50

Şekil 6.2. FPGA kart çıkışındaki alıcı-verici sinyallerin senkronizasyonu ve deneysel bağlantıları. 50

Şekil 6.3. FPGA çıkışındaki alıcı-verici sinyallerin senkronizasyonu..... 51

ÇİZELGELER DİZİNİ

Tablo 2.1. Lyapunov üstellerinin işaretlerine göre değişimi. 15

KISALTMALAR DİZİNİ

x	Birinci Durum Değişkeni
y	İkinci Durum Değişkeni
z	Üçüncü Durum Değişkeni
$\dot{x}$	Birinci Durum Değişkeninin Zaman Göre Değişimi
$\dot{y}$	İkinci Durum Değişkeninin Zamana Göre Değişimi
$\dot{z}$	Üçüncü Durum Değişkeninin Zamana Göre Değişimi
τ	Gecikme
$\mathbf{u}_i$	Kontrol Yasası
x_0	Birinci Başlangıç Parametresi
y_0	İkinci Başlangıç Parametresi
z_0	Üçüncü Başlangıç Parametresi
$\vec{x}_0$	Başlangıç Durum Vektörü
R^m	Vektör Alanı
t	Zaman
t_0	Başlangıç Zamanı
x_n	Sistemin n. Kez Tekrarlama Durumu
β	Sistem Parametresi
Γ(.)	Gamma Fonksiyonu
$w_k^{(q)}$	Binom Katsayısı
λ	Özdeğerler
q_1	Kesirin Türev Derecesi
q_2	Kesirin Türev Derecesi
q_3	Kesirin Türev Derecesi
ASIC	Application Specific Integrated Circuits
FPGA	Field Programable Gate Array
VHDL	Very High Speed Integrated Circuit Hardware Description Language
HDL	Hardware Description Language
CNN	Cellular Neural Network
BER	Bit Error Rate
SNR	Signal to Noise Ratio

1. GİRİŞ

Newton 17. yy.da matematik ilkelerini geliştirmiştir. Bu geliştirmelerden sonra bilim insanları doğaya ve daha da farklı bakmışlardır. Bu ilkelerin ve insanlığın doğasının değişmesi ile Newton'un fizik teoremleri ve cisimlerin dinamikleri arasında denklemler kurulmaya başlanmıştır.

19. yy.ın henüz başlarında Pierre-Simon Laplace, Newton'un çalışmaları üzerinde çalışarak gelişmelerinde büyük katkıda bulunmuştur [1].

Deterministik anlayış bilim insanları tarafından yüzyıllar boyunca kabul görmüştür. Fakat 19. yüzyılın sonlarına yaklaştıkça bilim insanları belirli denklemleri çözme konusunda başarısızlıklar yaşamaya başlamışlardır. Bu sorunların en dikkat çekici örneği matematikteki doğrusal olmayan denklemler olmuştur. Bu yeni denklemler bilimi deterministik yaklaşımdan uzaklaştırmış ve Kaos Teoreminin temellerinin atılmasına olanak sağlamıştır [1].

Doğrusal olmayan ve birbirleri arasındaki etkileşimi inceleyen, matematiksel modellemeye yönelik çalışmalar yapan bilim dalına doğrusal olmayan (nonlineer) bilim denilmektedir. Bu sistemlerde gözden kaçan veya hiç önemsenmeyen bir etki bile sistemde çok büyük değişimlere veya sonuçlara yol açabilir [3].

Günümüzde doğrusal olmayan bilim alanında en çok araştırma yapılan konulardan birisi de kaotik sistemlerdir [3,4]. Çalışma yapılan alanlar arasında biyomedikal [5,6], haberleşme [7], görüntü işleme [8,9], optik elektronik ve elektromanyetik [10], bulanık mantık [11,12], güç elektroniği [13], optimum kontrol [14,15] gibi alanlar vardır.

Kaotik sistemler, uzun periyotlarda öngörülemeyen sinyaller üretir. Bu özellikleri nedeniyle, güvenli haberleşme [16] ve kriptografi [17] gibi alanlarda kullanılmaya başlanmıştır. Güvenli haberleşmede, kaotik sinyallerin öngörülemezliği, verilerin güvenli bir şekilde aktarılmasına imkân tanır. Kriptografi alanında ise, bu sinyaller, şifreleme algoritmalarının karmaşıklığını artırarak güvenliği sağlar.

Kaotik, içeriğinde düzeni olan fakat düzensiz davranış gösteren sistemleri araştıran bilim dalıdır. Kaotik sistemler başlangıç durumlarına aşırı bağımlı, geniş bant yapıları bulunan ve periyodik olmayan sistemlerdir. Bunun haricinde uzun periyotlarda tahmin

edilemez sistemlerdir [18]. Kaotik sistemlerin barındırdığı özellikleri sayesinde birçok problemin çözümü sağlanmıştır [19].

Kaos hakkında ilk bilimsel çalışma 1961 yılında hava tahmini yapmak için matematiksel bir model oluşturan Edward Lorenz'e aittir. Elektronik bir modelleme ise Leon O. Chua tarafından 1983'te gerçekleşmiştir. Chua'nın kendi ismini aldığı bu çalışması uygulanabilirliği ve anlaşılabilirliği çok basit olduğundan birçok kez incelenmiş ve birçok farklı uygulamada kullanılmıştır. Günümüz kaotik uygulama ve çalışmalarına dahi kaynak olmuştur. Lorenz, Sprott, Rössler, Chua vb. birçok kaotik sistem bulunur [20-22].

Kaotik sistemler geniş spektruma sahip olduklarından haberleşme sistemlerinde sinyalin güvenli ulaşımını sağlayabilirler. Bu özelliklerinden ve kaosun karmaşıklığından dolayı haberleşme sistemlerinde güvenirliği artırır. Kaotik sinyallerin kısa zamanlarda tahmin edilememesi, güvenli haberleşme sistemleri için taşıyıcı sinyal olarak önemli bir parametre haline gelmiştir. Kaos sinyalleri, kaotik iletişim sistemlerinde taşıyıcı sinyal olarak kullanılan temel yapıdır. Kaotik sinyallerdeki karmaşık yapı sinyalin taşıyıcı olarak kullanıldığı haberleşme sisteminin de karmaşıklığını, dolayısıyla da güvenilirliğini artırmaktadır.

Kaosa dayalı doğrusal olmayan dinamik denklemler deterministik olmasına rağmen sistem davranışını tahmin etmek zordur. Ayrıca güvenilir iletişim sistemlerinin önemli bir özelliği de parametrelerin başlangıç değeri ve duyarlılığıdır. Kaos temelli iletişim sistemleri, sürekli senkronizasyon gerektirmeyen ve anlık senkronizasyonla sağlanabilen iletişim yöntemlerine sahiptir [23,24]. Anlık senkronizasyonun sağlandığı haberleşme sistemlerinde taşıyıcı sinyalin sürekli senkronizasyonuna gerek yoktur. Bu durum, taşıyıcı olarak hem kaotik sinyalleri hem de periyodik sinyalleri kullanan haberleşme sistemlerinde aynıdır [25]. Alıcı devrelerde taşıyıcı sinyaller elde edilmeden bilgi sinyaline ulaşılmasına olanak sağlar. Ancak bu durumda bilginin güvenilirliği kaotik sinyalin karmaşıklığına değil iletişim sisteminin yapısına bağlıdır. Bu nedenle veri güvenliğini arttırmak için anlık senkronizasyon yerine sürekli senkronizasyon gerektiren sistemlere ihtiyaç duyulmaktadır. Çünkü sürekli senkronizasyon gerektiren sistemlerde verici devredeki kaotik taşıyıcı sinyalin alıcı devrede yeniden elde edilmesi gerekir. Böylece bilginin güvenilirliği artırılmış olur.

Kaos tabanlı osilatörler tarafından üretilen sinyaller, dağınık spektrumları nedeniyle

bilgi sinyallerinin arka planda gizlenmesine olanak tanıyan, öngörülemeyen ve gürültülü sinyaller olarak bilinmektedir [26].
Doğrusal olmayan dinamik sistemin kaosa girmesi ve bu kaotik davranışı sürdürmesi için en az üç durum denklemine sahip olması gerekir. Bu denklemlerden de en az bir tanesinin doğrusal olmayan bir terim içermesi de şarttır [26].

Yapılan bazı araştırma ve çalışmalar dinamik sistemlerin toplam derece sayısı 3'ten az olsa bile kaotik davranış sergileyebileceğini gösterir [27]. Bu durum kaotik sistemlerin tahmin edilebilirliğini daha da zorlaştırmaktadır. Bu nedenle kaotik dinamik yapıların tam dereceler yerine kesir dereceli durum denklemlerinde de kaotik davranış sergilemesi haberleşme sitemleri için oldukça önemli hale gelmektedir. Kaotik sistemlerde belirli bir kesir derecesine sahip denklemler mevcut parametrelerle etkileşime girerek karmaşık yapıları artırabilir. [28].

Kesir dereceli sistemler, tam dereceli sistemlere göre doğrusal olmayan sistem uygulamalarında daha etkili sonuçlar ortaya koymaktadır. [29]. Araştırmalar kesir dereceli sistemlerin tam sayılı sistemlere kıyasla daha net sonuçlar ortaya koyduğunu göstermektedir [30].

Kesir dereceli hesaplamanın en önemli uygulamalarından biri kaotik sistemlerdir [31]. Kaotik sistemler, birçok spesifik özelliği olan öngörülemeyen sistemlerdir [32]. Bu özelliklere göre bu sistemler için birçok uygulama bulunmuştur [33]. Kaotik dinamikler çok sayıda karmaşık ağda kullanılmıştır [34-37]. Yüksek karmaşıklık ve varyasyona sahip ağlarda senkronizasyonu sağlamak için bir çözüm bulmak zorlu bir problemdir.

Kaotik denklemin gerçek sistem davranışının elde edilmesi özellikle haberleşme sistemlerindeki alıcı verici devrelerdeki kaotik osilatörlerin daha kısa sürelerde senkronize olmasını sağlar. Haberleşme sistemlerinde en çok veri kaybı senkronizasyon sağlanana kadar geçen sürede olmaktadır. Bu nedenle kesir dereceli modelleme ile gerçekleştirilen ve daha kısa sürelerde senkronize olan bu sistemde veri kaybı daha az olmaktadır. Günümüzde haberleşme sistemleri çoğunlukla kablosuz olarak gerçekleştirilmektedir. Kablolu haberleşme sistemlerinin kablosuz haberleşme sistemlerine göre daha az dış etkenlere maruz kaldığı düşünüldüğünde kablosuz haberleşme sistemlerinde önerilen sistemin daha faydalı olacağı düşünülmektedir [38]. Dolayısıyla önerilen yöntem ile kablosuz haberleşme sistemlerinde senkronizasyon

sürelerinin daha da azalacağı öngörülmektedir. Ancak önerilen sistemin uygulaması kablolu olarak gerçekleştirilecektir.

Kontrol sistemlerinin analizlerindeki en önemli sorunlardan birisi kararlılıktır. Lineer ve nonlineer sistemlerin zamanla değişme durumlarına bakılarak kararlılık durumları belirlenebilir [39-43]. Nonlineer (doğrusal olmayan) sistemler, sistemin parametrelerine göre değişkenlik gösterirler. Sistemdeki en ufak değişiklikler bile sistemin yapısını ve davranışını değiştirebilir.

Sistemlerin matematiksel modelleri anlık zaman durumlarına bağlıdır. Fakat bazı sistemlerin matematiksel modellemeleri geçmiş durumlarına da bağlıdır. Bu tür sistemler zaman gecikmeli sistemler olarak tanımlanır. Zaman gecikmeli sistemler gecikmenin durumuna bağlı olarak iki sınıfta incelenirler. Bunlar; giriş-çıkış zaman gecikmeli sistemler ve durum zaman gecikmeli sistemlerdir. Zaman gecikmeleri sistemlerde fazlaca meydana gelir. Bu gecikmeleri ihmal etmek gerçeği göz ardı etmektir.

Haberleşme sistemlerindeki çalışmaların çoğu ağ bağlantılarında herhangi bir zaman gecikmesi olmayan sistemler üzerine yapılan çalışmalardır [44]. Ancak gerçek ağ bağlantılarındaki zaman gecikmelerinin dikkate alınması gereklidir, çünkü veri iletimindeki zaman gecikmesi yaygın bir sorundur. Bu gecikmeler değişken olabileceğinden, ağların karmaşık yapısına göre, ağ yapısının tam olarak tanımlanması önemli bir problemdir. Karmaşık haberleşme ağlarının matematiksel tanımlaması için bazı yöntemler vardır [45,46]. Ancak bu çalışmalar zaman gecikmesi olmayan sistemler içindir.

İncelenen referansların bir sonucu olarak, ağların eşzamanlı olarak tanımlanması ve senkronizasyonu için, çalışmalar sabit ağ yapıları ile sınırlıdır ve bu çalışmaların çoğu [47] gibi tam dereceli dinamikler ile gerçekleştirilmiştir. Ancak, ağda hızlı anahtarların olduğu anahtarlama durumu için, bu yöntemlerin tanımlama işlemi yararlı olmayabilir. Ayrıca, zamanla değişen gecikmeler olan veya olmayan kesir dereceli durumlar için [48,49] gibi çalışmaların çoğu ağ yapılarının olmadığı dinamikler üzerinedir. Daha sonra bu yöntemlerin anahtarlamalı ağ yapısına genişletilmesi birçok kusura neden olabilir. Tamamen, doğrusal olmayan dinamik denklemler ve zamanla değişen gecikmelerle hızlı anahtarlama topolojisine sahip kesir dereceli ağların tanımlanması ve senkronizasyonu için bir yöntem tasarlamak gerekli görünmektedir. Bu nedenle

kesir dereceli ağın tanımlanması için yine kesir dereceli zaman gecikmeli doğrusal olmayan dinamik yapıların tanımlanması gerekmektedir. Ayrıca, kesir dereceli zaman gecikmeli ağların senkronizasyonu için bulanık modellere dayalı fonksiyonların tanımlanması gerekmektedir. Bu tezde, zaman gecikmeli kesir dereceli bir kaotik sistemin senkronizasyonu ve uygulama devresi gerçekleştirilecektir.

Bu tezde, kesir dereceli kaotik sistemlerin zaman gecikmeli sistemlerde senkronizasyon süresini kısaltmak için bir kontrolör tasarımını ve güvenilir haberleşme sistemlerindeki FPGA uygulamalarını içermektedir. Bu tezin simülasyon aşamasından önce iki tasarım bölümü vardır. İlk bölümde, yöntem üzerinde yapılan çalışma ve uygun kontrolörün tasarımı bulunmaktadır. Ardından yapılan çalışmaların kesir dereceli sistemlerle gerçekleştirimi takip eder. Alıcı devrede tasarlanan kontrolörün, haberleşme sistemlerindeki varyasyonların çözümü için bir karar şeması vardır. Kontrolör tasarlandıktan sonra haberleşme sistemi tasarlanacak ve kesir dereceli osilatör analizi tamamlanacaktır. Bu tezde parametre belirleme işlemi alıcı devrede kontrolör tarafından yapılmaktadır. Ayrıca verici tarafında bilinmeyen kesir dereceli taşıyıcı sinyalin alıcı tarafında tahmin edilebilmesi beklenmektedir. Önerilen haberleşme sisteminde kılavuzlu(kablolu) iletim ortamı seçilerek uygulamada data transferi yapılacaktır. Bozulma ve zaman değişimlerinin varlığında kaotik sistemin parametrelerini ve kesir derecelerini tahmin etmek zorlu bir iştir. Kontrolör için ele alınan bu yapı bulanık mantığa dayanmaktadır. Kontrolör, sistem değişimlerini ve bozulmalarını giderebilecek koşullarda tasarlanacaktır. Tasarlanan kontrolörün performansını göstermek için kararlılık analizi yapılacaktır. Bu analiz, zamanla değişen sistemlerde kullanılabilen kesir dereceli sistemlerin Lyapunov kararlılık teoreminin bir benzeri olacaktır. Güvenli haberleşmenin temeli, kaotik parametre modülasyonu kullanılarak yapılır ve kesir dereceli sistem için tam dereceli modülasyona kadar genişletilecektir. Bir sonraki adımda, tezin pratik uygulaması gerçekleştirilecektir. Bu haberleşme sisteminin uygulaması FPGA kartı kullanılarak yapılacaktır. Son olarak, önerilen yöntemin etkinliği pratik ve simülasyon sonuçlarıyla kanıtlanacaktır.

Bu tezde; Sprott-H kesir dereceli kaotik osilatörün zaman gecikmeli bir kontrolör ile senkronizasyon süresinin azaltılması amaçlanmıştır [50]. İlk olarak çalışmada

kullanılan Sprott-H osilatörü Charef yaklaşım metodu kullanılarak kesir dereceli olarak modellenmiş ve elde edilen kesir dereceleri belirlenmiştir. Daha sonra tasarlanan kontrolör sürekli senkronize olacak haberleşme sistemi ile senkronize edilmiştir. Tasarımın benzetim sonuçlarını elde edilen verilerde 0,03 saniyede sistemin senkronize olduğu gözlemlenmiştir. Matlab Simulink ile tasarlanan sitem HDL coder kullanılarak VHDL diline çevrilmiş ve FPGA tümleşik yapısına yüklenmiştir. Daha sonra FPGA kullanarak gerçekleştirilen çalışmada sonuçlar dijital osiloskop kullanılarak senkronizasyonları gözlemlenmiştir. Çalışmanın materyal metot bölümünde kesir dereceli sistemlerde, zaman gecikmeli sitemlerden ve FPGA yapılarından bahsedilmiştir. Ayrıca bu bölümde Sprott-H kaotik sisteminin kesir derecesi hesabı yapılarak sonuçlar simüle edilmiştir. Çalışmada tasarlanan kontrolör ile kesir dereceli sistemin benzetim çalışması ve senkronizasyon zamanını tespiti gösterilmiştir. Benzetim yapılan çalışmanın FPGA deneysel uygulaması gerçekleştirilerek senkronizasyon sonuçları paylaşılmıştır. Son olarak çalışmanın sonuçları değerlendirilmiştir.

Tez kapsamında temel amaç matematiksel olarak modellenen sistemin zaman gecikmeleri dahil edilerek gerçek zaman modellemesinin yapılmasını sağlamak ve yapılacak benzetim ve FPGA uygulaması gerçekleştirmektir. Tezde önerilen zaman gecikmeli kesir dereceli kaotik tabanlı sistemin matematiksel modellemesinde ilk olarak kaotik taşıyıcı sinyalin kesir dereceli analizi Charef yaklaşım metodu ile yapılacaktır. Devamında alıcı devrede zaman gecikmeli olarak kesir dereceli kaotik taşıyıcı sinyalin elde edilmesinde her bir düğüm noktası için oluşturulan ağ matrisin köşegenlerinin hata fonksiyonu geri beslemesi ile sağlanacaktır. Bunun için alıcıda tip-2 T-S bulanık kontrolcüden yararlanılarak hata fonksiyonu sıfır olduğunda senkronizasyon sürekli olarak sağlanacaktır. Kontrolcü tasarımında impulsive kontrol ve stabilizasyon yöntemi kullanılacaktır. Tezde önerilen zaman gecikmeli kesir dereceli kaotik tabanlı matematiksel modellemenin senkronizasyonunun gerçekleştirilmesi ve deneysel uygulamasını içermektedir.

Amaç ve Kapsam:

Tezde temel amacımız kaotik tabanlı haberleşme sistemlerinin matematiksel tasarımının sağlanması için zaman gecikmeli sistemler ve kesir dereceli hesaplamalar kullanılarak bir kontrolör tasarlanmasıdır. Bu hedef doğrultusunda ara hedeflerimiz:

Çalışmanın aşamaları şu şekilde sıralanabilir:

I. Kesir dereceli ağ topolojisinin tanımı için verici devrede taşıyıcı osilatörün kesir dereceli tasarımı gerçekleştirilecektir. Kullanılacak kaotik dinamik denklemin Charef metodu ile analizi yapılarak minimum kesir derecesi belirlenecektir. Kesir derecelerinin 1'in altında olması beklenmektedir. Daha sonra elde edilen kesir derecesi için kaotik dinamik denklemin benzetimi gerçekleştirilecektir.

II. İlk hedefin gerçekleştirilmesinin ardından alıcı devrede bir kontrolör tasarımı gerçekleştirilecektir. Kesir dereceli ve zamanla değişen ağın yeni bir modeli gerçekleştirilecektir. Haberleşme ağının alıcı devresindeki kontrolör gerçekleştiriminde Takagi-Sugeno bulanık mantık modeli kullanılacaktır. Kesir dereceli ve zaman gecikmeli modüleri sinyalin alıcı devrede alınmasından sonra bulanık mantık modelli üyelik dereceleri belirlenerek haberleşme ağının gerçek davranışı elde edilerek bilgi sinyali dedekte edilecektir. Bilgi sinyalinin elde edilme süresinin 0,05 saniyenin altında olması beklenmektedir.

III. II. adımda belirlenen hedefe ulaşılmasının ardından, Alıcı devrede elde edilen sinyal ile iletilen bilgi sinyalleri benzetim üzerinde karşılaştırılarak gerçek zamanlı BER/SNR grafiği çizdirilecektir. Sistem davranışının mevcut modellere göre çok daha iyi bir sonuç vermesi beklenmekte olup 0,05 saniyede BER/SNR oranlarının sıfıra düşmesi beklenmektedir. Bu durum sağlandığında bu hedefte tamamlanacaktır.

IV. III. Adımın gerçekleştirilmesinden sonra, Zaman gecikmeli kesir dereceli ağlar için kararlılık analizinin genişletilmesi sağlanacaktır. Bu durumun kontrolü

için sistemin Lyapunov üstelleri hesaplanarak sistemin kaotik kararlılığı sağlanacaktır. Burada sistemin durum değişkenlerinden en az bir tanesinin sürekli olarak pozitif olmasını sağlayan parametre aralıkları belirlenecektir.

Belirlenen hedeflerin gerçekleşmesinin ardından, tüm tasarımın ve tasarlanan kontrolör ile daha hızlı bir şekilde verilerin verici alıcı arasında aktarılmasını sağlamak ve senkronizasyon süresinin azaltılmasını sağlamak için FPGA tasarımı gerçekleştirilecektir. Zaman gecikmeli kesir dereceli haberleşme sisteminin devre uygulaması sunulmuş olacaktır. Bu adımın ardından tüm hedeflerin tutturulmasıyla tez başarı ile tamamlanmış olacaktır.

2. KAOTİK SİSTEMLER

Kaos, dinamik sistemlerin karmaşık davranışlarını anlamak için kullanılan ve doğrusal olmayan olayları inceleyen bir bilim dalıdır. Bu bilim dalı, düzensizliğin içinde saklı olan düzeni ortaya çıkarır ve karmaşık sistemlerin dinamiklerini anlamaya çalışır.

Kaosun başlıca özellikleri arasında zaman boyutundaki karışıklık, başlangıç koşullarına olan hassas bağımlılık, sonsuz miktarda periyodik salınım ve yaygın bir güç spektrumuna sahip olması bulunur. Kaotik sistemlerdeki işaretler, genliği ve frekansı belirlenemeyen, sınırlı bir bölgede değişen özellikler gösterir. Bu sistemler, yüzeyde rastgele görünse de altında yatan bir düzen ve bağlılık vardır.

Kaos doğrusal olmayan sistemler için kullanılır. Fransız matematikçi Jules Henri Poincaré basit dinamik sistem ve kuralların bile karmaşık bir davranışa yol açabileceğini buldu. 1892 yılında yaptığı bu çalışma ile kaos olasılığı ilk kez gündeme getirmiştir [51,52].

Doğrusal olmayan ve karmaşık sistemler üzerine birçok gözlemde bulunulmuştur. 1920 yılında Balthazar Van Der Pol yaptığı çalışmalar sırasında farkında olmadan kaosu izlemiştir veya duymuştur denilebilir. Van Der Pol osilatör frekansları arasındaki atlamalarda açıklayamadığı gürültüler işitmiştir. Peter Kennedy 1986 yılında, Van Der Pol'un işittiği bu gürültülerin aslında kaos olduğunu göstermiştir [53-56].

Kaosu ilk kez kullanan Li ve Yorke adlı bilim insanları kaosun sebepler ve sonuçların orantısızlığı, lineer olmama ve başlangıç durumlarına duyarlılık gibi üç temel özelliğe dayandığını göstermişlerdir [1]. Bu araştırmadan sonra, kaos kapsamlı bir şekilde incelenmiş ve Lyapunov üsleri, Fourier dönüşümü ve Hilbert dönüşümü gibi pek çok önemli kavram ortaya konmuştur.

Doğrusal olmayan denklemlerin analitik yöntemlerle çözülmesi zordur ve çatallanma ve kaos gibi ilginç olaylara yol açar. Basit doğrusal olmayan (veya parçalı doğrusal) dinamik sistemler bile, deterministtik kaos denen, tamamen öngörülemeyen bir davranış sergileyebilir. Kaos teorisi çok şaşırtıcıdır çünkü kaos çok basit sistemler içinde de bulunabilir [57]. Kaos temel olarak birbirine oldukça yakın iki ayrı başlangıç koşulu için, iki yörüngenin zamanla üstel olarak ayrılmasıdır [58]. Kaos teoremi başlangıç şartlarına aşırı hassaslık içeren dinamik sistemleri kapsar [59]. Bu başlangıç

2 koşullarındaki çok ufak değişikliklerin çok farklı sonuçlar doğurmasına kelebek etkisi denmektedir.

Kaotik sinyaller başlangıç değerlerine duyarlı, periyodik olmayan, yaygın bant yapısına sahip tahmin edilemeyen sinyallerdir [19]. Kaotik sinyallerin bu özellikleri, birtakım sorunların bilimsel çözümünde önemli etkiler yaratmıştır. [20].

Kaosun bilimsel anlamda ilk uygulaması 1960'lı yıllarda Edward Lorenz tarafından gerçekleşmiştir [60]. Kaos biliminin meteorolojideki önemli bir örneği, meteorolog Edward Lorenz'in hava durumu modellemesi sırasında karşılaştığı kaostur. Lorenz, denklemlerinin başlangıç koşullarına aşırı duyarlılığını fark ederek kaotik davranışın doğasını keşfetmiştir. Bu buluş, kaotik sistemlerin başlangıç koşullarına olan hassas bağımlılığını vurgulayan önemli bir dönüm noktasıdır.

Öncelikle, kaotik sistemler dinamik yapıya sahiptir, yani zamanla değişirler. İkinci olarak, bu sistemler değişken ve aperiodiktir, yani tekrarlanan desenler göstermezler. Üçüncü olarak, kaotik yapılar karmaşık gibi görünse de aslında basit bileşenlerden oluşurlar. [61].

Kaotik sistemlere matematiksel olarak bakıldığında bu sistemlerin temel özellikleri güç spektrumunun gürültü spektrumuna benzer bir yapıya sahip olması, Lyapunov üssünün pozitif değer alması, otokorelasyon fonksiyonunun üstel olarak azalması, Poincaré profilinin bir kısmının tamamen dolması şeklindedir. [62]. Kaotik sistemler matematiksel modellerine göre iki kategoriye ayrılır. Bunlar ayrık zamanlı kaotik sistemler ve sürekli zamanlı kaotik sistemlerdir. Aynı şekilde kaotik sistemler de özelliklerine göre doğrusal olmayan fark tabanlı sistemler ve 12 diferansiyel denklem tabanlı sistemler veya otonom ve otonom olmayan sistemler olarak ikiye ayrılabilir. [20].

Otonom olmayan kaotik sistemlerde zaman (t), sistemin bir durum değişkeni olarak tanımlanır. Otonom olan kaotik sistemlerde sistem zamandan bağımsızdır [63].

Haberleşme sistemlerinde karşılaşılan en önemli sorunlardan biri, sistemlerin senkronize olana kadar geçen sürede oluşan hatalardır. Özellikle yüksek frekanslı sistemlerde senkronizasyonun gecikmesi, hata sayısının artmasına ve bilgi sinyallerindeki kayıpların artmasına neden olur, bu da sistemlerin planlandığı gibi çalışmasını zorlaştırır. Savunma sanayinde, radar sistemleri ile füze ateşleme

sistemleri arasındaki senkronizasyon gecikmeleri, hedeflerin takibini imkânsız hale getirebilir. Bu nedenle, zaman gecikmeleri sistemlerin senkronizasyonunda göz ardı edilmemeli ve modellerde mutlaka dikkate alınmalıdır.

Başta kontrol ve haberleşme sistemleri olmak üzere birçok sistemin modellenmesinde önemli diğer bir etken ise zaman gecikmesidir. Çok kanallı ve yüksek frekanslardaki haberleşme ağ yapılarındaki zaman gecikmelerinin matematiksel tanımlamalara dahil edilmemesi önemli bir problemdir. Günlük hayatın birçok alanındaki ağ yapısına göre, ağ dinamiklerinin davranışlarının araştırılması önemli bir problem olarak görünmektedir. Ağ yapısında, ağın bir düğümü olarak her dinamiğin diğer düğümlerle ilişkisi vardır. Birçok çalışmada ağın düğümleri arasındaki bağlantı sabit bir bağlantı olarak ele alınmıştır [64,65]. Oysaki ağların düğümleri arasındaki bağlantılar değişken olabilir [66,67]. Karmaşık haberleşme ağlarının matematiksel tanımlaması için bazı yöntemler vardır [68,69].

Bir sistemin kaos sergilediğini başlangıç koşullarına ve parametrelerine göre uzun zamanlı davranışı inceleyerek yorumlanabilir. Uzun süreli incelemelerle zamanla değişen sistemlerin davranışlarının faz uzayındaki görünümünün elde edilmesi mümkündür. Bu görünümlere “kaotik çekerler” adı verilmektedir.

Kaotik sinyaller başlangıç değerlerine duyarlı, periyodik olmayan, yaygın bant yapısına sahip tahmin edilemeyen sinyaller olması özelliği nedeniyle özellikle güvenilir haberleşme sistemlerinde kullanabileceği fikrini ortaya çıkarmıştır.

Dinamik yani kaotik sistemlerin mevcut durumlarının yanı sıra olası durumları da kapsar. Zaman sürekli veya ayrık olarak bir değişkendir. Sistemler uygulandıkları kurala göre isimlendirilirler [70,71].

2.1.Ayrık Zamanlı Kaotik Sistemler

Nonlineer bir $f(\mathrm{x})$ fonksiyonunun geri besleme yapan kaotik özellik gösteren sistemlerdir. Genel olarak denklem (2.1) ile ifade edilirler.

$$x_{n+1} = f(x_n) \qquad [2.1]$$

Sistemin kaos sergilemesi için denklemin yani x_n değerlerinin başlangıç koşullarının farklı olması gerekir.

2.2.Sürekli Zamanlı Kaotik Sistemler

Denklem (2.2) ile ifade edilirler.

$$\frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \vec{F}[\vec{x}(t), t] \quad [2.2]$$

Denklemde $\vec{F}: R^m \rightarrow R^m$ vektör alanı, $\vec{x} \in R^m$ durum vektörü, $\vec{x}_0$ başlangıç durum vektörü, t zaman t_0 ise başlangıç zamanını ifade eder.

2.3.Sistemin Kaotik Analizi

Bir sistemin kaotik davranış sergilemesi için başlangıç şartlarına aşırı bağlılık göstermesi, geniş güç spektrumuna sahip olması, deterministik tipte olması, sınırsız periyodik salınım yapması, frekansının ve genliğinin tespit edilemez olması fakat belirli bir alan içerisinde değişen davranışlar barınması gerekir [72].

Sistemlerin kaotik sergilemesi yukarıdaki durumlara bağlıdır. Kaotik sistemler üzerinde çalışabilmek için öncelikle sistemlerin analizinin yapılması gerekmektedir. Yapılan analiz sonucunda sistemin kaos sergileyip sergilemediği anlaşılır. Bunun için çeşitli yöntemler vardır. Denge noktası ve kararlılık analizi, zaman serisi, Lyapunov üstelleri, faz portreleri bu yöntemlerdendir.

2.3.1. Denge noktası ve kararlılık analizi

Kaotik sistemlerde sistemin davranışını öğrenmek için denge noktalarını incelemek gerekmektedir. Sistemin denge noktaları denklem (2.3) şeklinde ifade edilir.

$$dx(t)/dt = F[x(t)] = 0 \quad [2.3]$$

Denge noktalarının nerede olduğunu görmek için denklemin gerçek sayı değerlerine bakmak gerekir. Verilen denklemde sistem sıfıra eşitlenmelidir. İşlem sonucu bulunan reel sayılar denge noktalarını gösterir. Eğer reel sayı değil de irreel sayılar elde ediliyorsa sistemde gerçek denge noktası yok demektir.

Kararsız yapıda olan kaotik sistemlerin özdeğerlerinin elde edilmesi gerekmektedir. Özdeğerlerin elde edilmesi için Jacobian matrisini bulmak gerekir. Denklem (2.4) ile bu matris belirtilmiştir.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \frac{\partial F_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad [2.4]$$

Denklem (2.5) ile birlikte özdeğerler (λ) hesaplanır.

$$\det(J - \lambda I) = |J - \lambda I| = 0 \quad [2.5]$$

Bu denklemde I birim matrisini ifade eder. Elde edilen lamda yani özdeğerlerden sistemin kaotik olup olmadığı öğrenilebilir. Elde edilen lamda değerlerinin en az bir tanesinin reel kısmı pozitifse denge noktası kararsız demektir ve sistemin kaotik olduğu söylenir. Sistemin kaotik olduğuna emin olmak için diğer analizlerin de yapılması gerekmektedir.

2.3.2. Faz portreleri

Kaotik sistemin durum değişkenleri zamana göre periyodik olmayan bir şekilde değişim gösterir. Bu değişkenler gözlemlenerek sistemde bu durumun olup olmadığı anlaşılmaktadır.

Faz portresi incelendiğinde sınırları olan karmaşık bir şekil ortaya çıktığı görülür. Bu şekil ile incelenen sistemin kaotik olduğu anlaşılabilir.

2.3.3. Başlangıç koşuluna hassas duyarlık analizi

Kaotik sistemler başlangıç şartlarına hassas duyarlılık gösteren sistemlerdir. Kaotik bir sistemde başlangıç şartlarından birisi değiştirildiğinde sistem farklı bir kaotik işaret üretebilir. Üzerinde çalışılan kaotik sistemde değişkenlerden bir tanesinin başlangıç değerinin değiştirilmesi ile oluşan grafik üzerinden bu değişim elde edilebilir.

Örnek olarak denklem (2.6) ile Pehlivan kaotik çekeri verilmiştir.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - x \\ \frac{dy}{dt} = a * y - x * z \\ \frac{dz}{dt} = x * y - a \end{cases} \quad [2.6]$$

Sistem parametreleri;

$a = 0.5$ ve başlangıç koşulları $x_0 = 0.001$, $y_0 = 0.001$, $z_0 = 0$ ‘ dır.

2.3.4. Lyapunov üstelleri

Wolf tarafından 1985 yılında yaptığı çalışma ile elde edilmiştir. Başlangıç koşullarına hassas duyarlılıklar gösteren kaotik sistemlerin karakteristik ve duyarlılık ile ilgili bilgileri Lyapunov üstelleri ile belirlenir. Bu yöntem ile sistemin başlangıç şartlarına uzaklaşması veya yakınlaşması belirlenir. Her bir üstel ile uzaklaşma ya da yakınlaşma ölçüsünü ifade eder.

Birinci Lyapunov üsteli denklem (2.7) ile hesaplanır.

$$\lambda = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{k=1}^{N} \log_2 \frac{d(t_k)}{d(t_{k-1})} \quad [2.7]$$

Denklemde $d(\mathrm{t})$ uzaklık değerini ifade eder. Başlangıç değerleri arasındaki uzaklık d_0 ile belirtilecek olursa, herhangi bir zamandaki uzaklık denklem (2.8) ile ifade edilir.

$$d(t) = d_0 e^{\lambda t} \quad [2.8]$$

Eğer incelenen dinamik sistemin toplamı negatifse ve pozitif bir tane üstel terim içeriyorsa, bu sistem kaotik olarak değerlendirilebilir.

Üç boyutlu dinamik sistemde Lyapunov durumları (+,-,0) durumunda ise sistem kaotik davranış gösterir demektir $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 > 0$ [73].

Tablo (2.1) ile üç ve dört boyutlu sistemlerde Lyapunov üstel işaretlerine göre çekerlerin tipleri belirtilmiştir.

Sistem türü	Sistem durumları	Lyapunov üstel işaretleri
Üç boyutlu sistemler	Sabit nokta	(-,-,-)
	Limit döngü	(0,-,-)
	Torus	(0,0,-)
	Tuhaf çekeri	(-,0,+)
Dört boyutlu sistemler	Sabit nokta	(-,-,-,-)
	Limit Döngü	(0,-,-,-)
	Torus	(+,0,0,-)
	Tuhaf çekeri	(+,0,-,-)
	Hiper kaos	(+,+,0,-)

Tablo 2.1. Lyapunov üstellerinin işaretlerine göre değişimi.

2.3.5. Çatallaşma diyagramı

Kaotik sistemlerin içerisinde bulunan durum değişkenleri sistem parametrelerine göre farklı değerler alırlar. Parametrelerdeki değişme faz portrelerinde yapısal değişimlere sebep olur. Bu değişiklikler sistemin kararlılığını etkiler. Sistemin denge noktasında ani değişimlere veya denge noktalarının kararsız duruma geçirebilir. Bu olay çatallanmayı oluşturur.

Kaotik sistemlerin bir parametresinin belirli bir uzaklıktaki durum değişkeninin yerel maksimum değerlerin birbirleri durumuna göre çizdirilmesi sonucu oluşan grafiğe çatallanma diyagramı denilmektedir.

2.4.Örnek Kaos Sistemleri

2.4.1. Lorenz Kaotik Sistemi

1963 yılında meteorolojist olan Edward Lorenz, ısının değişimi üzerine uğraşıyordu. Lorenz, yaptığı çalışmalardaki matematiksel modellemelerde ele aldığı sistem için başlangıç şartlarında oluşacak ufak bir değişmenin bile sistemin üzerinde büyük değişikler yaptığını gözlemledi. Yaptığı çalışmalar sonucu hava üzerine uzun süreli tahminler yapılamayacağını öne sürdü. Bulduğu dinamik sistem kaos biliminin

başlangıcı sayılmaktadır. Elde ettiği bu doğrusal olmayan sistem üç boyutlu dinamik bir sistemdir [20].

Yaptığı araştırmalarda sistemdeki küçük parametreler üzerinde değişiklik yaptığında sisteme etkisi olmayacağını düşünüyordu. Fakat küçük değişikliklerin bile büyük farklar oluşturabileceğini gördü.

Lorenz çekerine ait faz diyagramı kelebek kanatlarına benzemektedir. Bu şekil kaos araştırmacıları tarafından bir sembol olarak benimsenmiştir.

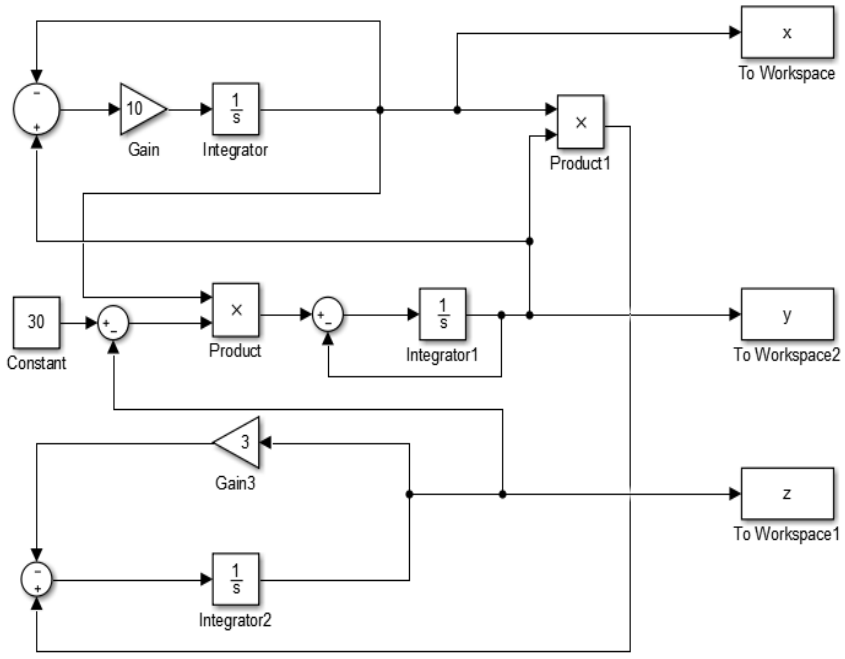
Lorenz kaotik sistemi denklem (2.9) ile ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= s(-x + y) \\ \dot{y} &= rx - y - xz \quad s, r, b > 0 \\ \dot{z} &= -bz + xy \end{aligned} \tag{2.9}$$

Bu denklemde s, r ve b durum değişkenleridir. Sistemin kaotik davranış sergilediği parametre değerleri; $s = 10, r = 28$ ve $b = 2{,}66$'dır.

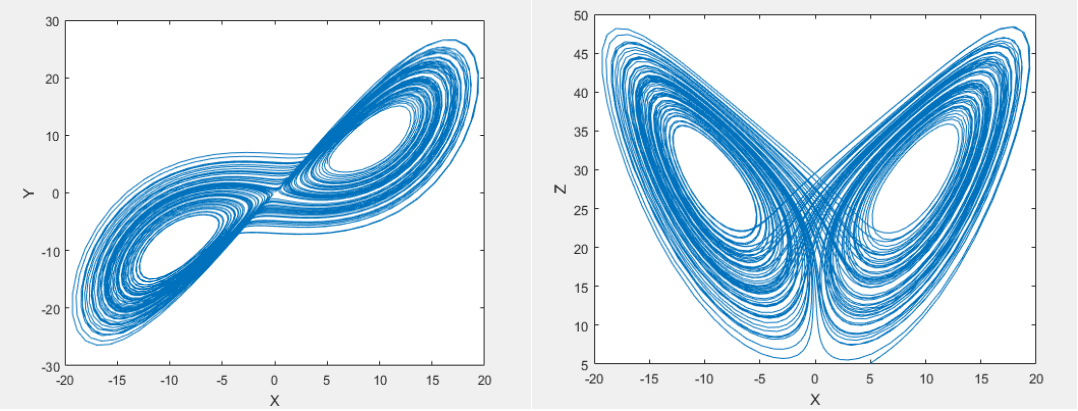
Sistemin $x_0 = 0$, $y_0 = -0.1$ ve $z_0 = 9$ başlangıcı için kaotik çözüm sağlanmıştır.

Şekil (2.1) ile Lorenz çekerinin MATLAB Simulink ile modellemesi verilmiştir.

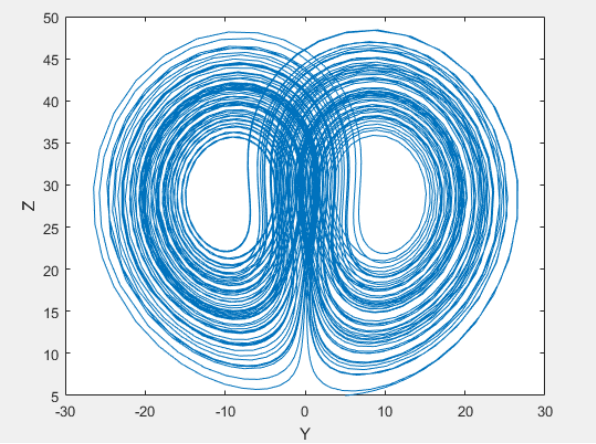


Şekil 2.1. Lorenz çekerinin MATLAB Simulink ile modellemesi.

Şekil (2.2)' de Lorenz çekerinin faz diyagramları ve Şekil (2.3)'de üç boyutlu faz diyagramı gösterilmiştir.

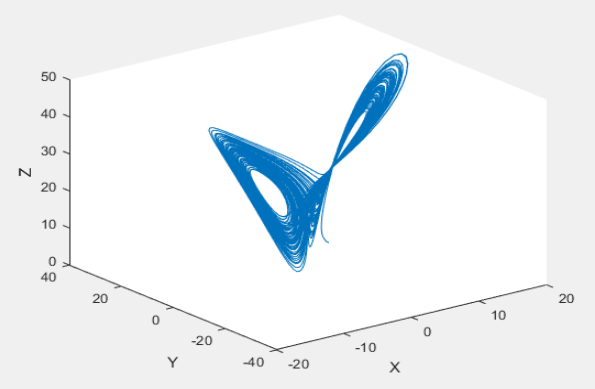


(a) **(b)**



(c)

Şekil 2.2. Lorenz çekerinin faz diyagramları **(a)** x-y **(b)** x-z **(c)** y-z



Şekil 2.3. Lorenz çekerinin (x,y,z) faz diyagramı.

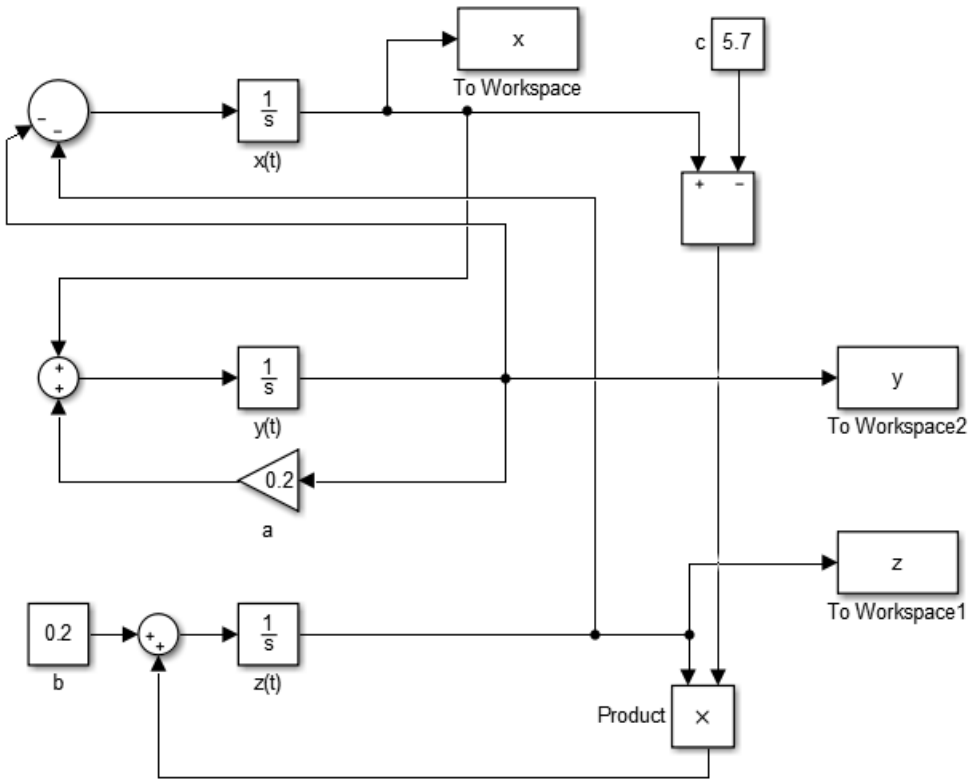
2.4.2. Rössler Kaotik Sistemi

1976'da Alman Otto Rössler tarafından keşfedilmiştir. Bu sistem üç lineer olmayan diferansiyel denklemden meydana gelir [74]. Rössler denklemi denklem (2.10) ile belirtilmiştir.

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b + z(x - c) \end{cases} \quad [2.10]$$

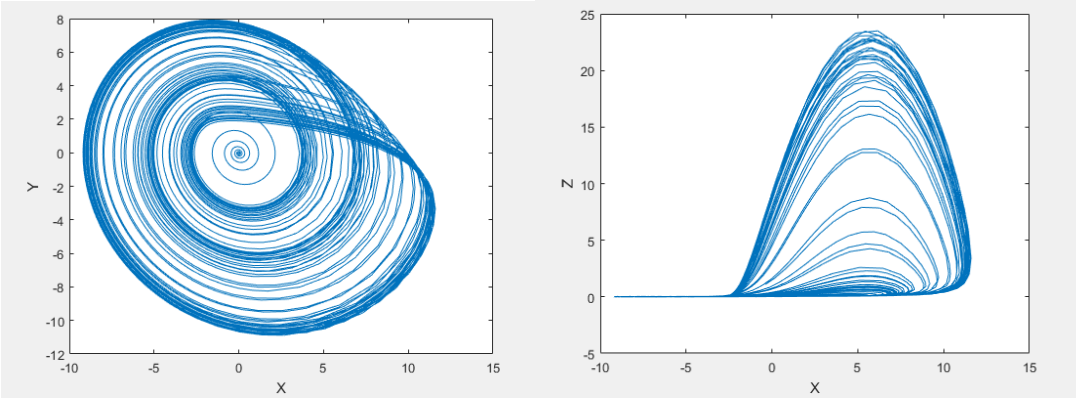
Denklemde x, y ve z zamanla değişen durum değişkenleridir. Rössler çekerini incelemek için kullanılan parametrelerin tipik değerleri a = 0.2, b=0.2 ve c = 5.7 $x_0 = -9$, $y_0 = 0$ ve $z_0 = 0$ başlangıç değerleridir.

Rössler çekerinin MATLAB Simulink modellemesi Şekil (2.4) ile gösterilmiştir.

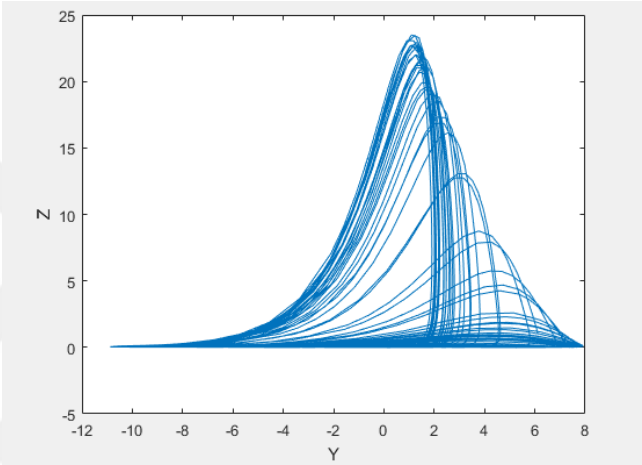


Şekil 2.4. Rössler çekerinin MATLAB Simulink modellemesi.

Şekil (2.5)' de söz konusu parametre değerlerine ait Rössler çekerinin faz diyagramları ve Şekil (2.6)' da üç boyutlu faz diyagramı gösterilmiştir.

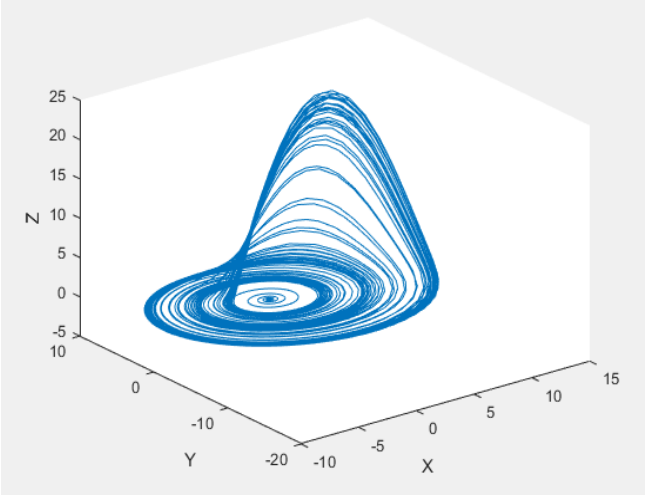


(a) **(b)**



(c)

Şekil 2.5. Rössler çekerinin faz diyagramları: **a)** x-y, **b)** x-z, **c)** y-z.



Şekil 2.6. Rössler çekerinin üç boyutlu (x,y,z) faz diyagramı.

2.4.3. Duffing Kaotik Sistemi

Bu matematiksel model, doğrusal olmayan dinamikleri temsil etmek için kullanılır [75]. Duffing çekeri denklem (2.11)' de tanımlanmıştır.

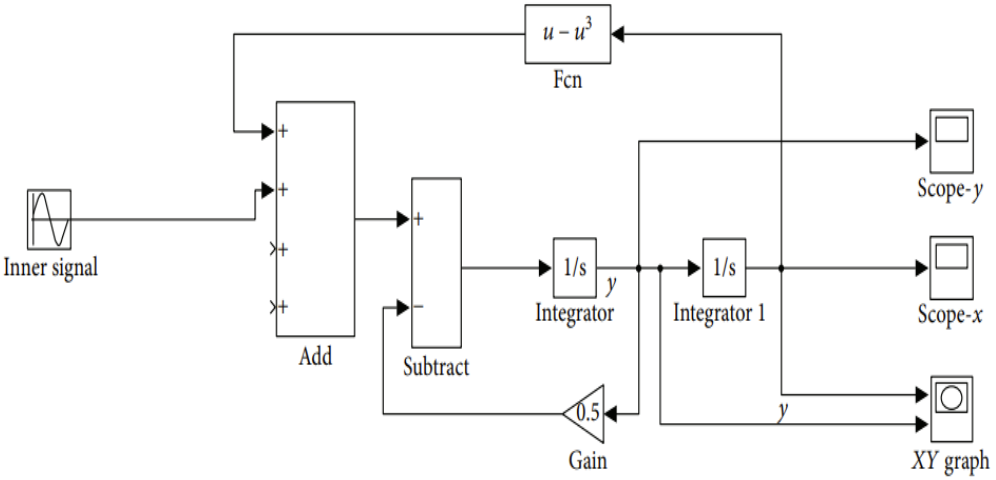
$$\dot{x} = y \qquad [2.11]$$

$$\dot{y} = -ay - bx - cx^3 + dcos(wt)$$

Denklemde $a, b, c\ ve\ d$ sistem parametresi, x, y ve z ise zamanla değişen durum değişkenleridir.

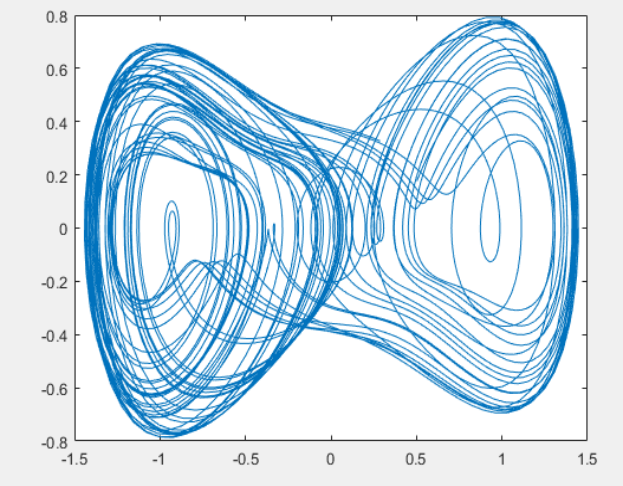
Sistem $a = 0.2,\ b = -1,\ c = 1,\ d = 27\ ve$
$w = 1\ rad/sn$ parametreleri kaotik davranış sergiler.

Duffing çekerinin MATLAB Simulink modellemesi Şekil (2.7)'de gösterilmiştir [76].



Şekil 2.7. Duffing çekerinin MATLAB-Simulink modellemesi.

Şekil (2.8) ile Duffing çekerinin faz diyagramı gösterilmiştir.



Şekil 2.8. Duffing çekerinin faz diyagramı.

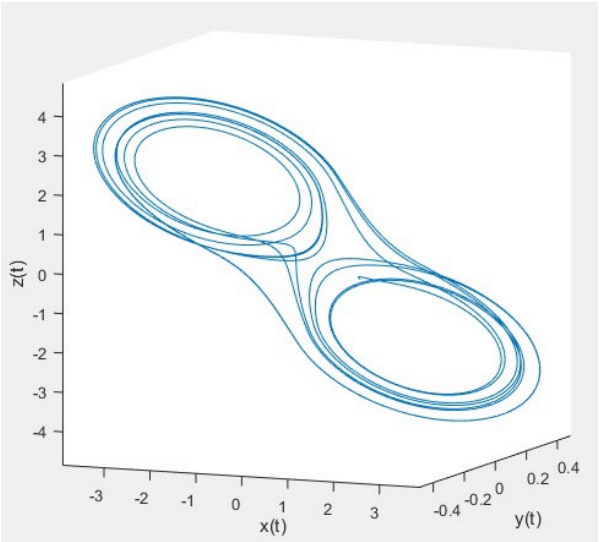
2.4.4. Chua Kaotik Sistemi

1980 yılında Leon O. Chua tarafından tasarlanmıştır [77]. Chua çekeri, kaos ve kaotik işaret uygulamalarında model yapı olarak kabul edilmektedir [78]. Chua sistemi denklem (2.12) ile gösterilmiştir.

$$\frac{dx}{d\tau} = \alpha(y - x - f(x))$$
$$\frac{dy}{d\tau} = x - y + z \qquad [2.12]$$
$$\frac{dz}{d\tau} = -\beta y$$

Burada x, y ve z sistemin durum değişkenleri iken α ve β sistem parametreleridir.

Şekil (2.9) ile Chua çekerinin faz diyagramı gösterilmiştir.



Şekil 2.9. Chua sisteminin faz diyagramı.

2.4.5. Lü Kaotik Sistemi

2003 yılında Gunarong Chen ve Jinhu Lü tarafından tasarlanmıştır [79]. Lü çekeri denklem (2.13) ile ifade edilir.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a \cdot x + d_1 \cdot y \cdot z \\ \dot{y} &= b \cdot y + d_2 \cdot x \cdot z \\ \dot{z} &= c \cdot z + d_3 \cdot x \cdot y \end{aligned} \qquad [2.13]$$

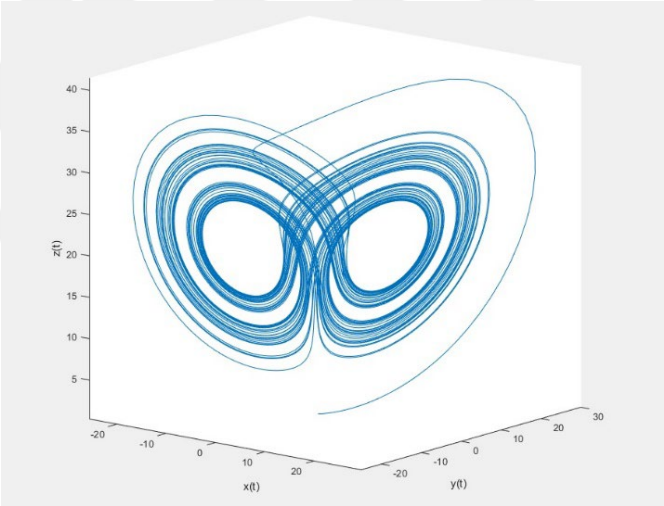
Sistem parametreleri;

$d_1 = -1, d_2 = 1, d_3 = 1$ ve $a = 5, b = -10, c = -3.4$

Başlangıç şartları;

$x_0 = -3, y_0 = 0, z_0 = 3$'dür.

Şekil (2.10) ile Lü çekerinin faz diyagramı gösterilmiştir.

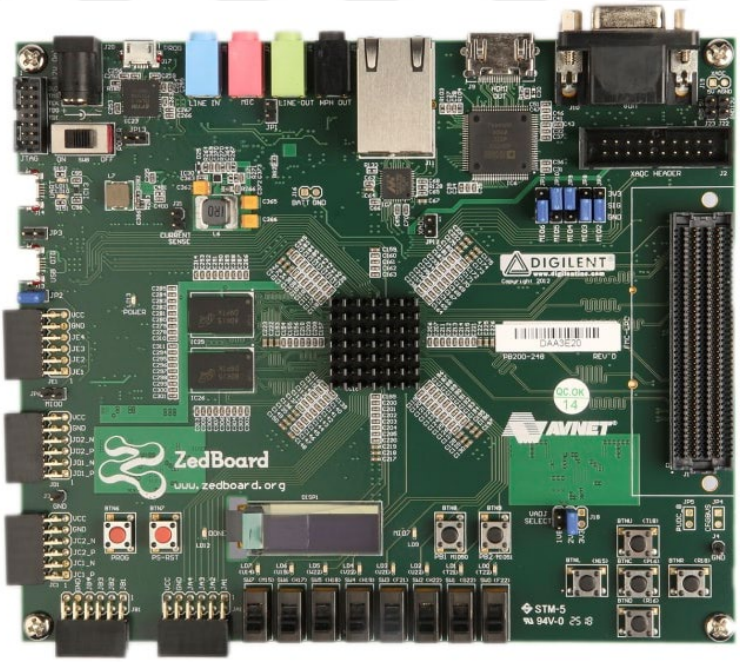


Şekil 2.10. Lu sisteminin faz diyagramı.

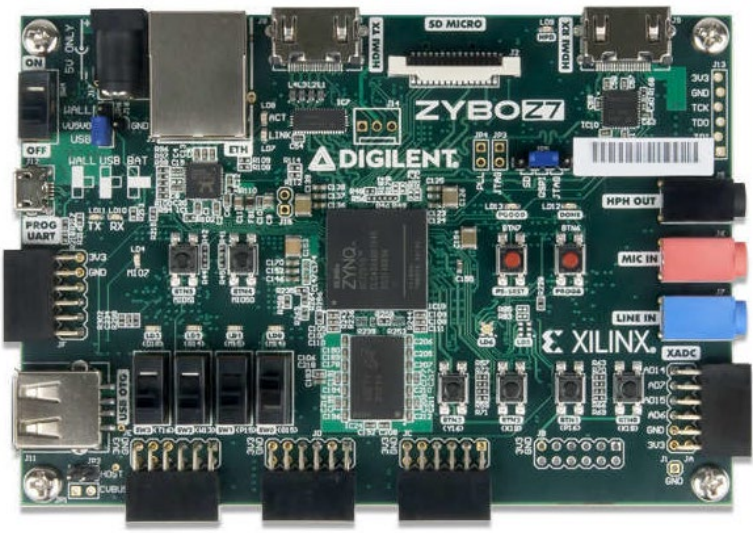
2.5. FPGA Uygulamaları

Çalışmada önerilen sistemlerin ayrık devre elemanları kullanılarak gerçekleştirilmesi zor olduğundan programlanabilir tümleşik yapılar kullanılır. Kaos tabanlı elektronik devrelerin ayrık devre elemanlarıyla gerçekleştirilmesindeki zorluklar ASIC, DSP, FPGA gibi sayısal tabanlı tümleşik devre yapıları ile aşılmıştır. ASIC yapı ile kaotik üreteçlerinin yüksek performanslı devre yapıları olduğu görülmektedir. Fakat ASIC tabanlı kaos üreteçlerinin ilk kurulum maliyetinin yüksek ve sahada değiştirilemeyen tasarım yöntemi en önemli dezavantajları olduğunu göstermektedir. O yüzden üretim sırasında yapılacak bir hata çok ciddi mali kayıplara yol açabilir. DSP tasarım

metodunun ise düşük frekanslı oldukları gözlemlenmektedir. Bundan dolayı tasarımı yapılan sistemlerin yavaş çalışmasına sebep olur. Ve bir diğer sayısal tabanlı devre yapısı olan FPGA tabanlı tasarımda bu dezavantajlar bulunmamaktadır. FPGA kullanılarak elde edilen yapıların değiştirilebilir olmaları, aynı anda işlem yapabilmeleri ve çok yüksek anahtarlama frekansları sayısal sistemler için çok önemlidir [80]. FPGA yapılar, özellikle teknolojinin hızlıca geliştiği son zamanlarsa medikal, savunma, radar, işaret işleme, uzay, otomotiv endüstrisi gibi geniş bir alanda kullanılmaktadır [81]. Fourier dönüşümü ve konvolüsyon gibi yüksek performans gerektiren matematiksel döngülerde FPGA yapılar kullanılmaktadır. FPGA tümleşik yapıları alanda programlanabilen sayısal tabanlı donanımlardır. FPGA yapılar programlanabilen entegre blokları olarak da bilinir. En önemli özellikleri aynı anda işlem yapmalarıdır. Böylelikle aynı anda birçok görevi veya hesaplamayı yapabilirler [82]. Bilinen entegre devre yapıları paralel işlem yapamazlar. En çok bilinen FPGA yapıları Xilinx ve Altera firmalarının ürettiği kartlardır. Xilinx firması tarafından üretilen geliştirme kartları ZedBoard Zynq-7000 Şekil (2.11)'de ve Zybo Z7-20 Şekil (2.12)'de gösterilmektedir.



Şekil 2.11. Xilinx ZedBoard Zynq-7000 geliştirme kartı.



Şekil 2.12. Xilinx Zybo Z7-20 geliştirme kartı.

3. KESİR DERECELİ KAOTİK SİSTEMLER

Kesir dereceli hesaplamalar 300 yıldan daha uzun bir süredir matematik konusu olmuştur [83]. Sistemin içerisindeki türevlerin veya integrallerin tam sayı yerine kesir dereceli olarak alındığı sistemlere kesir dereceli sistem denilir. Doğrusal olmayan sistemlerde kesir dereceleri de sistemin karmaşıklığı konusunda etkilidir.

İlk kez Leibniz ve L'Hopital'ın konuşmalarında rastlanmıştır [84,85]. 19. yüzyılın sonlarında Liouville ve Riemann ile kullanılmıştır [86,87]. Kesir dereceli modellemeler birçok problemin çözülmesinde katkıda bulunmuştur [88]. Bu modellemelerin kullanımıyla ile özellikle doğrusal olmayan sistemlerin tasarlanmasında büyük gelişmeler sağlanmıştır [89-91,31]. Zamanla Weyl, Fourier, Euler, Heaviside, Goldman, Laplace, Oldham, Spanier, Miller ve Ross gibi matematikçiler bu hesaplama üzerine çalışmışlardır [92,93].

Kesirli hesaplamayı ilk olarak 1823'te N. H. Abel kullanmıştır. Sonrasında Liouville kesirli hesaplama üstüne çalışmayı yapmıştır. 1897 yılında Grünwald bu konu üzerinde çalışmıştır. 1892'de Riemann kesirli integrasyonların geliştirilmesi üzerine çalışmış ve Letnikov'da 1868 ile 1872 yılları arasında bu konu üzerine çalışmalar yapmıştır [31,94].

Günümüzde dijital devre [95], biyoloji, [96], tıp [97,98], kontrolör tasarımında [99] hatta COVID-19 analizinde [100,101] bile karşımıza çıkmaktadır.

Kesir dereceli sistemler 1945 yılında Bode'nin yaptığı çalışma ile mühendislik alanına giriş yapmıştır [102,103]. Son yıllarda da gelişme sağlayarak artış sağlamıştır [104,105].

Kesir dereceli sistemlerin mühendislik hesaplamalarında kullanılırlığı zor olduğundan çok fazla yaygın değildi. Günümüzde gelişen teknoloji ile beraber geliştirilen yüksek performanslı bilgisayarlar ve elektronik cihazlar ile kesir dereceli hesaplamalar artık kolaylaştırılmış ve kesir dereceli hesaplamalar üzerinde çalışmaları artmıştır [106,107]. Kesir dereceli hesaplama; botanik [108], biyoloji [109,110], ekonomi [111,112], dijital devreler [113], kontrol teorisi [114], elektromanyetik dalgalar [115], robotik çalışmaları [116], filtre çalışmaları [117,118], biyomühendislik, fizik, kontrol sistemi, sinyal işleme, kimya, kaos teorisi, biyoloji ve fizyoloji [31] gibi birçok bilim alanındaki başarılı sonuçları bu alanlarda araştırma konularını arttırmıştır.

Günümüzde, kesir dereceli kaotik sistemleri ile ilgili birçok araştırma yapılmaktadır. Kesir dereceli kaotik sistemler, kaotik davranışın parametrelerin uzayını genişletmektedir [119-122].

Kesir dereceli sistemlerin tam sayılı sistemlere göre sistemlerin derecelerine fazla özellik katmasından aktif araştırma konusu olmuştur. Tamsayı ve kesir dereceli iletişim birçok alanda başarı ile kullanılmaktadır. Bu alanda, kesir dereceli sistemlere dönüştürülen kaotik sistemlerin öne çıktığı görülmektedir. Lü [123], Chen [124], Chua [125], Liu [126] ve Rössler [127] sistemleri bu sistemlerin başında gelmektedir.

Kesirli mertebeden kaotik sistemler, kaos ve kesirli hesabın birleşiminin bir ürünü olarak, gerçek dünyaya daha yakın matematiksel modellerin oluşturulmasında önemli bir rol oynar. Bu sistemler, hava olayları, finansal araştırmalar, rüzgâr enerjisi üretimi ve sinir ağları gibi çeşitli alanlardaki modelleri daha doğru ve kesin bir şekilde tanımlayabilirler [119-122].

Kesir dereceli sistemlerin tamsayı dereceli sistemlere göre bazı avantajları vardır. Kesir dereceli sistemler modellerde daha fazla serbestlik derecesine sahiptir. Diğer bir avantaj ise modele bellek ekler. Tamsayı dereceli sistemler sınırlı belleklere sahipken, kesir dereceli sistemler sınırsız belleğe sahiptir [31,128]. Zaman cevapları hesapları kesir dereceli sistemlerin hesaplanmasında zorluk sağlar. Böyle sistemlerde çıkış için analitik bir çözüm sağlanamaz ve sonuç tahmin edilemez.

Kesir dereceli sistemlerin en önemli özelliklerinden birisi sistemlerin matematiksel modelleme çalışmalarında daha ayrıntılı tanımlamalar sağlamasıdır. Kesir dereceli olarak planlanan sistemlerin, özellikle doğrusal olmayan sistemlerde tam dereceli sistemlere kıyasla daha başarılı sonuçlar sunduğu belirlenmiştir. [129-139].

Kesirli dereceli sistemler elektrokimya, görüntü analizi, kontrol sistemleri gibi alanlarda uygulamaya yapmaya olanak sağlar [140].

Son dönemde yapılan araştırmaların bir kısmı tam sayı dereceli yaklaşım yöntemlerine dayanırken, diğerleri ise sayısal yaklaşım yöntemlerine başvurur. [141]. Bu yaklaşım metotlarının başında Charef, Carlson, Matsuda ve Oustaolup yöntemleri yer almaktadır.

Kesirli dereceli sistemler Hermite dalgaleti yöntemi [142], spektral-kolonizasyon yöntemi [143], Legendre yarı-spektral yöntemi [144], Adams-Bashforth-Moulton

yöntemi [145], doğrusal enterpolasyon yöntemi [146], sonlu fark yöntemi [147] ve en çok kullanılanlardan olan Riemann-Liouville, Caputo ve Grünwald-Letnikov (GL) [148] gibi farklı etkin hesaplama yöntemleri mevcuttur.

Kesir dereceli sistemlerin ayrık devre elemanlarıyla uygulanmasında belirgin zorluklar yaşanmıştır. Bu zorlukların üstesinden gelmek için programlanabilir platformlar kullanılarak çözüm arayışına gidilmiştir. Yüksek çalışma frekansları ve paralel işlem yapma kabiliyetleri nedeniyle FPGA yapılar kesir dereceli sistem tasarımında ön plana çıkmaktadır.

3.1.Kesir Dereceli Hesaplama

Kesir dereceli hesaplama, türev ve integral gibi matematiksel tanımlamaların yapıldığı bir bilim dalıdır [149,150]. Sistemlerde türev ve integral derecesinin hesaplanması kesirli hesaplamalar ile yapılır. Kesirli hesap, integrasyon ve türevlendirmeyi tamsayı olmayan düzeylere genelleyen bir teoridir. Kesirli diferansiyel (veya integral) denklemler, kesirli türevleri (veya integralleri) içeren denklemler olarak tanımlanır. Bu bağlamda, kesirli mertebeden sistemler, kesirli diferansiyel veya integral denklemlerle tanımlanan sistemlerdir [151].

Sürekli integro-diferansiyel gösterimi denklem (3.1) ile ifade edilir.

$$ {}_aD_t^{\alpha} \triangleq \begin{cases} \frac{d^{\alpha}}{dt^{\alpha}} & R(\alpha) > 0, \\ 1 & R(\alpha) = 0, \\ \int_a^t (dt)^{-\alpha} & R(\alpha) < 0, \end{cases} \qquad \alpha = \text{ gerçek sayı} \qquad [3.1] $$

Bu alanda kullanılan temel operatör ${}_aD_t^{\alpha}$ ‘dır. a ve t, kesirli türev işleminin işleyişi ile ilgili sınırlar iken $\alpha \in \Re$ işlemin derecesidir.

3.1.1.Grünwald-Letkinov yaklaşımı

Grünwald-Letnikov (GL) yöntemi denklem (3.2) ile ifade edilmiştir.

$$ {}_aD_t^{q} x(t) = \lim_{h \to 0} \left[\frac{1}{h^q} \sum_{k=0}^{\left[\frac{t-a}{h}\right]} w_k^{(q)} x(t - kh) \right] \qquad [3.2] $$

Burada q kesir derecesidir. Binom katsayısı $w_k^{(q)}$ denklem (3.3) ile hesaplanır;

$$w_0^{(q)} = 1, w_k^{(q)} = \left(1 - \frac{q+1}{k}\right) w_{k-1}^{(q)},\ k = 1,2,3,\ldots \quad [3.3]$$

Yaklaşık formüle ulaşmak için L uzunluğundaki GL operatörünün olası uygulaması için değiştirilmiş bir GL denklemi, denklem (3.4) haline getirilmiştir.

$$_{t-L}D_t^q x(t) = \frac{1}{h^q}\sum_{k=0}^{L} w_k^{(q)} x(t-kh) \quad [3.4]$$

Burada h adım boyutu ve L pencere boyutudur.

3.1.2.Riemann-Liouville yaklaşımı

Riemann-Liouville denklem (3.5) ile ifade edilmiştir.

$$\frac{d^\alpha}{dt^\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \int_0^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{n-\alpha+1}} d\tau \quad [3.5]$$

Burada n, $n-1 < \alpha < n$ olacak şekilde bir tam sayıdır. $\Gamma(.)$ ise Gamma fonksiyonudur. Gamma fonksiyonu denklem (3.6) gibi ifade edilir.

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\alpha-1} dt \quad [3.6]$$

3.1.3.Caputo yaklaşımı

Caputo yöntemi denklem (3.7) ile ifade edilmiştir.

$$_{t_0}^{C}D_t^\beta h(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(n-\beta)} \int_{t_0}^t \frac{h^{(n)}(s)}{(t-s)^{\beta-n+1}} ds, \\ n-1 < \beta < n, \\ \frac{d^n h(t)}{dt^n}, \beta = n, \end{cases} \quad [3.7]$$

Burada β türev derecesidir. t_0, başlangıç zamanı ve $t > t_0$ olmalıdır. n tamsayıdır ve $n-1 < \beta < n$ olmalıdır.

3.1.4.Charef Yaklaşımı

Kesir dereceli sistemlerin modellenmesinde en iyi yöntemlerden birisi de Charef yaklaşımıdır [152]. Kesir dereceli integral hesabının Laplace transfer fonksiyonu elde edilir.

$$I_{(s)}^\alpha = \frac{1}{s^\alpha} \quad [3.8]$$

Denklemde $s = jw$ kompleks frekans, α pozitif kesir derecesidir.

$$I^{\alpha}{}_{(s)} = \frac{1}{s^{\alpha}} \approx \frac{1}{\left(1+\frac{s}{p_T}\right)^{\alpha}}, \qquad 0 < \alpha < 1 \qquad [3.9]$$

Denklemde p_T köşe frekansı, p_0 ilk kutup değeri, y hata oranıdır.

Buna göre kesir dereceli transfer fonksiyonu denklem (3.10) ile gösterilir.

$$I^{\alpha}{}_{(s)} = \frac{1}{s^{\alpha}} \approx \frac{1}{\left(1+\frac{s}{p_T}\right)^{\alpha}} \lim_{N\to\infty} \frac{\prod_{i=0}^{N-1}\left(1+\frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{i=0}^{N}\left(1+\frac{s}{p_i}\right)}, \qquad [3.10]$$

Charef yaklaşım metodu ile elde edilen s^{α} değeri bu denklemlerle belirli frekans aralıklarında belirli hata oranı ile yaklaşık olarak frekans domeninde elde edilebilmektedir.

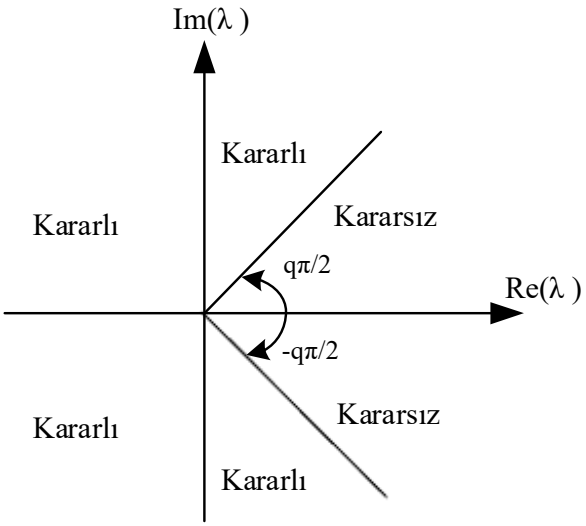
Sistemlerde kesir dereceli kaotik sistemler elde edilmeden önce sistemin kesir derecesi elde edilmelidir. Bu durumda;

Öncelikle n boyutlu bir dinamik sitemde her boyut için Jacobian matrisleri hesaplanır ve özdeğerleri ($\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$) bulunur. Elde edilen her bir öz değer, α kesir derecesini belirlemek için denklem (3.11) ile verilen teorem kullanılarak belirlenir.

$$\arg(\lambda_1) \; |> \frac{\alpha\pi}{2}, \qquad \alpha = max(\mathrm{q_1}, \mathrm{q_2}, ., \mathrm{q_n})(\mathrm{i} = 1,2, \ldots, \mathrm{n}), \qquad [3.11]$$

Eğer bir sistem kararlıysa, kesir dereceli sistemde bir noktada kararlı olacaktır. Sistemin kararsız olduğu durumlarda kesir dereceli sistemin kaosa girmesi mümkün olacaktır.

Kesir dereceli kaotik sistemlerin kararlılığı Şekil (3.1) ile gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Kesir dereceli sistemlerin kararlılık teorisi.

3.2.Kesir Dereceli Kaotik Sistemler

Kaotik sistemler; diferansiyel denklemler ile de gösterilebilirler. Son yıllarda kesirli tanımları olan genelleştirilmiş doğrusal olmayan sistemler üzerine birçok çalışma yapılmıştır. Kesirli hesap, diferansiyel denklemin derecesinin tam sayı olmayabileceğini belirtmesi ve daha genel bir tanım sağlaması açısından klasik matematik hesaptan farklıdır. Bu durum, kaotik sistemlerde öngörülebilirliği daha da zorlaştırır. Kesir dereceli kaotik sistemlerde, kesir derecesi, diğer parametrelerle birlikte sistemin karmaşık yapısını artırır [153].

3.2.1. Kesir dereceli Lorenz Kaotik Sistemi

Lorenz çekeri denklem (3.12) ile gösterilmiştir [154].

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= \sigma(y(t) - x(t)), \\ \frac{dy(t)}{dt} &= x(t)(\rho - z(t)) - (y(t)), \\ \frac{dz(t)}{dt} &= x(t)y(t) - \beta z(t) \end{aligned} \qquad [3.12]$$

Denklemde $x, y, z\ ve\ t$ durum değişkenleri, $\sigma\ , \rho\ , \beta$ reel katsayılardır. Kat sayı değerleri;

$\sigma = 10\ ,\ \rho < 25\ ,\ \beta = 8/3$

Başlangıç koşulları;

$x_0 = 0.5$, $y_0 = -0.5$, $z_0 = 0.5$ olarak ayarlanır.

Lorenz sisteminin denge noktasındaki Jacobian matrisi denklem (3.13) ile ifade edilir.

$$J = \begin{bmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ \rho - z^* & -1 & -x^* \\ y^* & x^* & -\beta \end{bmatrix} \quad [3.13]$$

Kesir dereceli Lorenz çekeri denklem (3.14) ile belirtilmiştir.

$$\begin{aligned} {}_0D_t^{q1} x(t) &= \sigma\big(y(t) - x(t)\big), \\ {}_0D_t^{q^2} y(t) &= x(t)\big(\rho - z(t)\big) - y(t), \\ {}_0D_t^{q^3} z(t) &= x(t)y(t) - \beta z(t), \end{aligned} \quad [3.14]$$

Denklemde q_1, q_2, q_3 türevin kesirli derecesidir ve

$(0 < q_1 > 1), (0 < q_2 > 1), (0 < q_3 > 1)$ koşulları sağlanır.

3.2.2. Kesir dereceli Chen Kaotik Sistemi

Chen ve Ueta tarafından tanıtılan Chen sisteminin [155] daha sonra Li ve Peng [156] tarafından aşağıdaki gibi kesirli versiyonu önerilmiştir.

Chen çekeri denklem (3.15) ile ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= a(y(t) - x(t)), \\ \frac{dy(t)}{dt} &= (c - a)x(t) - x(t)z(t) + cy(t), \\ \frac{dz(t)}{dt} &= x(t)y(t) - bz(t), \end{aligned} \quad [3.15]$$

Denklemde $x, y, z\ ve\ t$ değişkenleri, a, b, c pozitif katsayıdır. Sistem parametreleri;

$a = 35,\ b = 28,\ c = 3$ ve başlangıç koşulları;

$x_0 = 0.1,\ y_0 = 0.1,\ z_0 = 0.1$ olarak ayarlanır.

Chen çekerinin Jacobian matrisi denklem (3.16) ile gösterilmiştir.

$$J = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c - a - z^* & c & -x^* \\ y^* & x^* & -b \end{bmatrix} \quad [3.16]$$

Kesir dereceli Chen çekeri denklem (3.17) ile ifade edilir [146].

$$
\begin{aligned}
&{}_0D_t^{q_1}x(t) = a\big(y(t) - x(t)\big),\\
&{}_0D_t^{q_2}y(t) = (c-a)x(t) - x(t)z(t) + cy(t),\\
&{}_0D_t^{q_3}z(t) = x(t)y(t) - bz(t),
\end{aligned}
\qquad [3.17]
$$

Denklemde q_1, q_2, q_3 türevin kesirli derecesidir ve

$(0 < q_1 > 1), (0 < q_2 > 1), (0 < q_3 > 1)$ koşulları sağlanır.

3.2.3. Kesir dereceli Van Der Pol Kaotik Sistemi

Van der Pol çekeri denklem (3.18) ile ifade edilir.

$$
\begin{aligned}
&\frac{dy_1}{dt} = y_2(t),\\
&\frac{dy_2}{dt} = -y_1(t) - \varepsilon(y_1^2(t) - 1)y_2(t),
\end{aligned}
\qquad [3.18]
$$

Denklemin Jacobian matrisi denklem (3.19) ile verilir.

$$
J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 - 2\varepsilon y_1^* y_2^* & -\varepsilon((y_1^*)^2 - 1) \end{bmatrix}
\qquad [3.19]
$$

Denklemin kesir dereceli hali denklem (3.20) ile verilmiştir.

$$
\begin{aligned}
&D_t^q y_1(t) = y_2(t)\\
&\frac{dy_2}{dt} = -y_1(t) - \varepsilon(y_1^2(t) - 1)y_2(t)
\end{aligned}
\qquad [3.20]
$$

3.2.4. Kesir dereceli Rössler çekeri

Rössler çekeri denklem (3.30) ile ife edilir.

$$
\begin{aligned}
&\frac{dx(t)}{dt} = -(y(t) + z(t)),\\
&\frac{dy(t)}{dt} = x(t) + ay(t),\\
&\frac{dz(t)}{dt} = b + z(t)(x(t) - c),
\end{aligned}
\qquad [3.30]
$$

Sistemde $x, y, z\ ve\ t$ değişkenler ve a, b, c reel katsayılardır.

Katsayı değerleri; $a = 0.2,\ b = 0.2,\ c = 5.7$ ve sistem başlangıç koşulları;

$x_0 = 2.9,\ y_0 = -1.3,\ z_0 = 25$ olarak ayarlanır.

Rössler çekerinin Jacobian matrisi denklem (3.31) ile gösterilir.

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & a & 0 \\ z^* & 0 & x^* - c \end{bmatrix} \quad [3.31]$$

Kesir dereceli Rössler çekeri denklem (3.32) ile ifade edilir.

$$\begin{aligned} {}_0D_t^{q_1} x(t) &= -\big(y(t) + z(t)\big), \\ {}_0D_t^{q_2} y(t) &= x(t) + ay(t), \\ {}_0D_t^{q_3} z(t) &= b + z(t)(x(t) - c), \end{aligned} \quad [3.32]$$

Denklemde q_1, q_2, q_3 türevin kesirli derecesidir ve

$(0 < q_1 > 1), (0 < q_2 > 1), (0 < q_3 > 1)$ koşulları sağlanır.

4. ZAMAN GECİKMELİ SİSTEMLER VE KAOS

Sistemlerin matematiksel modelleri genellikle o sistemlerin mevcut durumlarına bağlı olarak geliştirilir. Sistemler, mevcut durumlarına ek olarak geçmiş durumlarına da bağımlıdır. Bu tür sistemlere zaman gecikmeli sistemler denir. Zaman gecikmesi, sistemlerin davranışlarını üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Gecikme, sistem analizi ve kontrolünü daha karmaşık hale getirebilir, ayrıca sistemde kararsızlığa ve düşük performansa neden olabilir [159,160].

Zaman gecikmeleri, birçok sistemde yaygındır ve araştırmalar, zaman gecikmesindeki küçük değişikliklerin bile kaotik sistemlerin davranışlarını büyük ölçüde etkileyebileceğini göstermektedir. Geleneksel sistemlerde gelecekteki durumlar sadece mevcut duruma dayanır. Ancak, zaman gecikmeli sistemlerde geçmiş durumlar da hesaba katılır, bu da sistem dinamiklerini daha karmaşık hale getirir.

Bazı sistemlerin işleyişi, o anki zamana değil, geçmiş veya gelecek zamana da bağlıdır. Bu tür diferansiyel denklemler fonksiyonel diferansiyel denklem adını alır [161].

Zaman gecikmesi genellikle $e^{-\theta s}$ gibi bir üstel fonksiyon kullanılarak ifade edilir. Üstel fonksiyonun köklerinin sonsuz sayıda olması nedeniyle, zaman gecikmeli sistemler genellikle sonsuz boyutlu fonksiyonel diferansiyel denklemler sınıfına dahil edilirler [162]. Sistemlerde zaman gecikmesinin en ufak bir değişikliğinin bile kaotik sistemlerin dinamik davranışlarında büyük ölçüde etkilediği gözlemlenmiştir.

Zaman gecikmeli kaotik sistemlerde çatallanma analizi ile ilgili literatürde birçok çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalarda, Mackey-Glass denklemi, Nicholson'nun Blowflies denklemi center manifold ve normal form teoremleri master-slave (alıcı-verici) sistemlerde dinamik davranışları analiz edilmiştir [163-167]. Literatürde tuzlu su karışımının modellenmesinden [168], iki elektrodun iletişimine [169], fizyolojik sistemler için diferansiyel denklem çözümlerinde [170], bir durum değişkenli zaman gecikmeli kaotik bir sistemde [171], benzer şekilde yine bir hücreli CNN kaotik sistemin modellenmesinde [172,173] zaman gecikmeli denklemler yeniden modellenerek bazı uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Benzer şekilde bu sistemlerin kararlılık analizleri zaman gecikmelerden ayrı tutularak [174,175] veya zaman gecikmeleri dahil edilerek [176-178] incelenmiştir. Bu incelemelerde kararlılık Razumikhin ve Krasovskii analizleri kullanılmıştır [179-181].

Kaotik sistemlerin zaman gecikmeleri denklem (4.1) ile gösterilmektedir.

$$\frac{dx}{dt} = \delta x(t-\tau) - \varepsilon[x(t-\tau)]^3, \qquad (t \geq t_0) \tag{4.1}$$

Burada δ ve ε pozitif parametreleri, t_0 başlangıç noktasını gösterir.

Denklem (5.1) ile verilen tanımlamada, δ ve ε pozitif parametreleri, t_0 başlangıç aralığını ifade eder. τ (0'dan farklı), sistemin başlangıcı ile etkisi arasındaki zaman gecikmesini tanımlamaktadır.

Literatürde kesir dereceli kaotik tabanlı bir haberleşme sisteminde bilgi sinyalinin elde edilmesi incelenmiştir [182]. Bu sistem şu şekilde formüle edilmiştir:

$$\begin{cases} D^{\alpha}x = (25\,\beta + 10)(y - x) \\ D^{\alpha}y = (28 - 35\beta)x - xz + (29\beta - 1)y \\ D^{\alpha}z = xy - \frac{(8+\beta)z}{3} \end{cases} \tag{4.2}$$

Denklem (5.2) ile verilen örneklendirilen kaotik sistem denklem (4.3)'de verilen zaman gecikmeli yapıya dönüştürülmüştür.

$$\begin{cases} D^{\alpha}x = (25\,\beta + 10)(y - x(t-\tau)) \\ D^{\alpha}y = (28 - 35\beta)x - xz + (29\beta - 1)y(t-\tau) \\ D^{\alpha}z = xy - \frac{(8+\beta)z(t-\tau))}{3} \end{cases} \tag{4.3}$$

4.1.Kesir Dereceli Zaman Gecikmeli Kaotik Sistemler

4.1.1.Zaman gecikmeli kesir dereceli Liu sistemi

Zaman gecikmeli Liu sisteminin genel hali denklem (4.4) ile ifade edilir.

$$\begin{cases} D^{\alpha_1}x_1(t) = a(x_2(t) - x_1(t-\tau)) \\ D^{\alpha_2}x_2(t) = bx_1(t-\tau) - kx_1(t)x_3(t) \\ D^{\alpha_3}x_3(t) = hx_1^2(t) - cx_3(t-\tau) \\ x(t) = 2.2\; y(t) = 2.4\; z(t) = 38\; t \in [-\tau, 0] \end{cases} \tag{4.4}$$

$\tau > 0$ gecikme terimini ifade eder.

Sistem parametreleri $a = 10, b = 40, k = 1, c = 2.5, h = 4$ olarak belirlenmiştir. Verilen parametrelerle zaman gecikmeli kesirli düzensiz Liu sisteminin;

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.94$ ve

$0 \leq \tau \leq 0.008$(saniye) olduğunda kaotik davrandığını göstermiştir [183].

4.1.2.Zaman gecikmeli kesir dereceli Chen sistemi

Zaman gecikmeli Chen sisteminin genel hali denklem (4.5) ile ifade edilir.

$$\begin{cases} D^{\alpha_1}x_1(t) = a(x_2(t) - x_1(t-\tau)) \\ D^{\alpha_2}x_2(t) = (c-a)x_1(t-\tau) - x_1x_3 + cx_2 \\ D^{\alpha_3}x_3(t) = x_1x_2 - bx_3(t-\tau) \\ x(t) = 0.2\ y(t) = 0\ z(t) = 0.5\ t \in [-\tau, 0] \end{cases} \quad [4.5]$$

Verilen parametrelerle zaman gecikmeli kırılmalı Chen sisteminin;

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.94$ ve

$0 \leq \tau \leq 0.009$ (sn) olduğunda kaotik davrandığı ortaya çıkmıştır [184].

4.1.3.Kesir dereceli Sprott-H kaotik osilatörü ve senkronizasyon

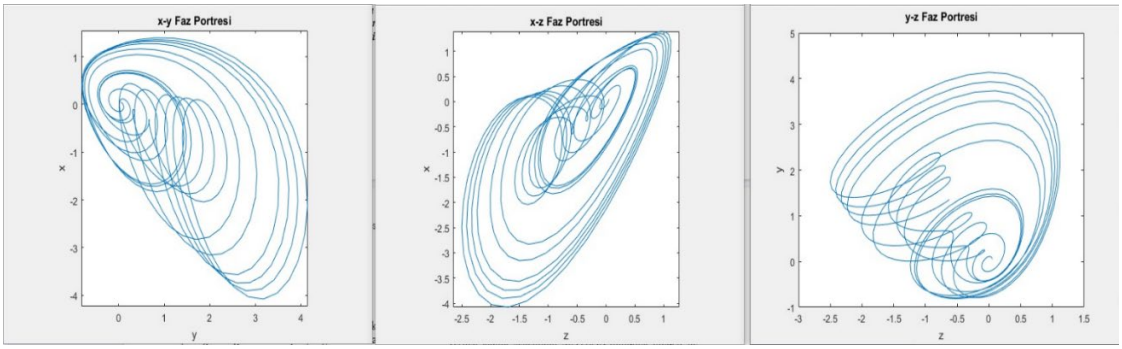
Kesirli dereceli Sprott-H kaotik osilatörü [185] aşağıdaki denklem (4.6) ile sağlanır.

$$\begin{aligned} D_t^{q1}x(t) &= -y(t) + z(t)^2 \\ D_t^{q2}y(t) &= x(t) + 0.5y(t) \\ D_t^{q3}z(t) &= x(t) - z(t) \end{aligned} \quad [4.6]$$

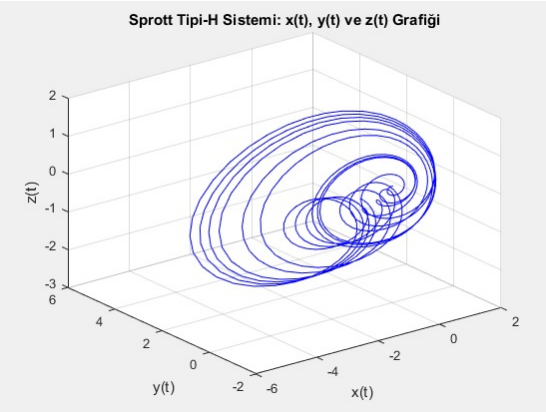
Burada $q_1, q_2\ q_3$ fraksiyonel türevlerinin derecesidir.

Başlangıç koşulları $x(0) = y(0) = z(0) = 0.5$ olarak belirlenir. Sistemin kaotik davranışını anlamak için Jacobian matrisi kullanılır. Jacobian matrisi, sistemin küçük bir değişikliğe nasıl tepki vereceğini göstermektedir. Bu matrisin özdeğerleri, sistemin kararlığını ve kaotik davranışını belirlemeye yardımcı olur. Verilen başlangıç koşulları için özdeğerler $\lambda_1 = -1,\ \lambda_2 = 0.25 + i0.968246$ ve $\lambda_3 = 0.25 - i0.968246$ olarak bulunur.

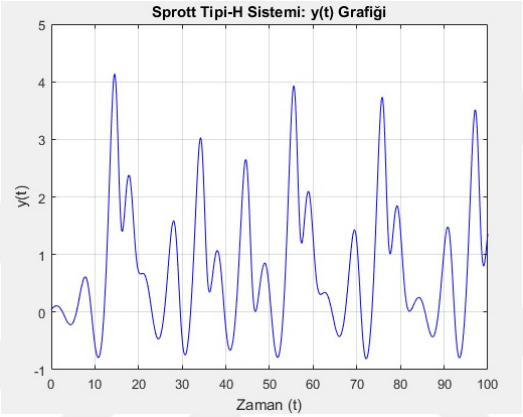
Son olarak yapılan simülasyon çalışmasında sistemin $q = 0{,}91$ olarak ayarlandığında kaos sergilediği ortaya çıkmıştır.



Şekil 4.1. q=0,91 başlangıç koşulunda Sprott-H osilatörü x-y, x-z ve y-z faz portresi.



Şekil 4.2. Sprott-H osilatörü için x(t), y(t) ve z(t) grafiği.



Şekil 4.3. Kesirli dereceli Sprott-H osilatörünün y(t) durum değişkenine karşılık gelen kaotik yörüngesi.

Kaotik tabanlı haberleşme sistemlerinde zaman gecikmeleri denklem (4.1) ile gösterilmektedir.

Buna göre verilen denklemde; δ ve ε pozitif parametreleri, t_0 başlangıç noktasını ifade eder. τ (0'dan farklı), sistemin başlangıcı ile etkisi arasındaki zaman gecikmesini tanımlamaktadır. Bu çalışmada zaman gecikmeli kesir dereceli bir kaotik sistemin senkronizasyonu ele alınmıştır.

Yaptığımız çalışmada kesir dereceli Sprott-H osilatörünün kesir derecesi hesaplanarak bilgisayarlı benzetimi gerçekleştirilmiştir.

Sonrasında ise senkronizasyon hataları bulunarak bulanık mantık çıkarım yöntemleri ile minimum zamanda senkronizasyon sağlanması için bir kontrol sistemi tasarlanmıştır.

4.2.Kaotik Senkronizasyon

Kaos tabanlı haberleşme sistemlerinde sürekli senkronizasyon çalışmalarında ilk olarak Pecora-Carrol tarafından gerçekleştirilen farklı başlangıç şartları için aynı dinamik yapının farklı dinamikleri kullanılarak bir yöntem önerilmiştir [186]. Önerilen yöntemin basitliği ve kullanılabilirliği kaotik haberleşme sistemlerinde kullanımının önünü açmış ve birçok yönteminde benzer şekilde araştırılmasını sağlamıştır [187-195]. Kaos tabanlı dinamik yapıların senkronizasyonu için birçok yöntem önerilmektedir. Bu yöntemler, uyarmalı kontrol [191], aktif kontrol [196-201], geri beslemeli kontrol [223,224] ve pasif kontroldür [195].

Pecora ve Carroll'ın kanıtladığı bu durum bir kaotik sistemi başka bir kaotik sistem ile benzer davranışlar göstermesini sağlamaktır. Kaotik sistemlerin eşzamanlılığı denklem (4.7) ile ifade edilir.

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t)) \qquad [4.7]$$

Durum vektörü denklem (4.8) ile ifade edilecektir.

$$x = \begin{pmatrix} x_S \\ x_T \end{pmatrix} \qquad [4.8]$$

Denklemde S sürücü alt sistem; T ise tepki veren alt sistemdir. Sistemlerin parametreleri denklem (4.9) ile ifade edilir.

$$\begin{aligned} \dot{x}_S &= g(x_S, x_T) \\ \dot{x}_T &= h(x_S, x_T) \end{aligned} \qquad [4.9]$$

Çalışmayı yapan Pecora ve Carroll gerçek sistem ile birlikte tepki veren sistemin kopyasının, gerçek sistem sürücü kısmı ile aynı olduğunu ortaya koymuştur. Bu duruma göre aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{x}_S &= g(x_S, x_T) \\ \dot{x}_T &= h(x_S, x_T) \\ \dot{x}'_T &= h(x_S, x'_T) \end{aligned} \qquad [4.10]$$

Bu denklemde t sonsuza gidip $\dot{x}_T$-$\dot{x}'_T$ sıfıra yaklaşırsa, alt sistem parametreleri birbirine yaklaşır. Bu sayede eşzamanlık sağlanmış olur.

Haberleşme sistemlerinin her düğümünde bir değişken dinamiğinin dikkate alınması, ağların karmaşıklığını artırabilir. Bu durum değişkenlerinin gerçek sistem davranışı ise ancak kesir dereceli olarak elde edilebilmektedir [197]. Kesir dereceli hesaplamanın

en önemli uygulamalarından biri kaotik sistemlerdir [198]. Kaotik sistemler, birçok spesifik özelliği olan öngörülemeyen sistemlerdir [199]. Bu özelliklere göre bu sistemler için birçok uygulama bulunmuştur [198]. Kaotik dinamikler çok sayıda karmaşık ağda kullanılmıştır [201-203]. Yüksek karmaşıklık ve varyasyona sahip ağlarda senkronizasyonu sağlamak için bir çözüm bulmak zorlu bir problemdir.

Çok kanallı haberleşme sistemlerinde ise ağların tümünde senkronizasyonu sağlamak oldukça zordur. Bu nedenle karmaşıklığı azaltacak bir çözüm yöntemi tercih edilmelidir. Bulanık mantık ile kesir dereceli kaotik sistemlerde karmaşıklığı azaltmak için birçok uygulama gerçekleştirilmiştir [204,205]. Bu yöntemlerden Takagi-Sugeno (T-S) kaotik dinamik yapılarda çok kullanışlı bir modelleme aracı olduğu gösterilmiştir [206,207]. Ayrıca, kesir dereceli sistemlerin T-S bulanık model gösterimi hakkında birkaç çalışma yapılmıştır [208]. Ancak zaman gecikmeli kesir dereceli sistemlerin matematiksel modellemesi ile ilgili bir çalışma bulunmamaktadır.

Sonuç olarak, ağların eşzamanlı olarak tanımlanması ve senkronizasyonu için yapılan çalışmalar sabit ağ yapıları ile sınırlıdır ve bu çalışmaların çoğu [209] tam sayı dereceli dinamikler ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma ile zaman gecikmeli kesir dereceli bir kaotik sistem bir haberleşme sisteminde gerçek zaman sistem davranışı ile elde edilmesi ve tümleşik devre yapıları ile gerçekleştirilmesi amaçlanmıştır.

4.3.Zaman Gecikmeli Ağların Senkronizasyonu

Karmaşık ağın her bir kesirli dereceden kaotik osilatörü denklem (4.11) ile gösterilmiştir.

$$ {}_aD_t^{\alpha}\mathbf{x}_i = f(\mathbf{x}_i) + \mathbf{u}_i,\ \mathbf{x}_i(0),\ i = 1,2,\dots,N, \qquad [4.11] $$

Burada N ağın boyutunu, $\mathbf{x}_i$ birinci kesirli osilatörün durum değişkenini temsil eder.

Kontrol yasası $\mathbf{u}_i$ iki veya daha fazla kesirli dereceli osilatör arasındaki senkronizasyonu sağlanır ve denklem (4.12) gibi tanımlanır;

$$ \mathbf{u}_i = c\sum_{j=1}^{N} \mu_{ij}\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{x}_j, i = 1,2,\dots,N \qquad [4.12] $$

Burada $c > 0$ sabiti bağlantı gücünü temsil eder.$\boldsymbol{\Gamma} \in \Re^{n\times n}$her bir osilatörün durum değişkenini belirlemek için sabit bir matristir.

μ_{ij} elemanlı $\mathbf{M} \in \Re^{N\times N}$ matrisi, ağın topolojini yani osilatörler arasındaki bağlantıları gösterir.

M matrisinin köşegen elemanları denklem (4.12) ile tanımlanır:

$$\mu_{ii} = -\sum_{j=1,j\neq i}^{N} \mu_{ij} = -\sum_{j=1,j\neq i}^{N} \mu_{ji} i = 1,2,\dots,N \quad [4.12]$$

Dinamik karmaşık ağ aşağıdaki durumlarda senkronizasyona ulaşır:

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{x}_2(t) = \cdots = \mathbf{x}_N(t), t \to \infty, \quad [4.13]$$

Bu da denklem (4.14) anlamına gelir:

$$\lim_{t\to\infty} \|\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)\| = 0, \begin{matrix} i = 1,\dots,N-1 \\ j = i+1,\dots,N \end{matrix} \quad [4.14]$$

Bu denklem her kesirli dereceden kaotik osilatör çifti için geçerlidir. Bu da karmaşık ağın senkronizasyona ulaştığını anlamına gelir.

Bağlantı matrisi M simetrik indirgenemez bir matristir. Bu nedenle M'nin özdeğeri sıfırdır ve diğer tüm özdeğerler kesinlikle negatiftir. Bu da $\lambda_{2\dots\dots N}(M) < 0$ anlamına gelir.

Teorem 1. Dinamik ağ (4.11) göz önünde bulundurulursa;

$$0 = \lambda_1 > \lambda_2 \geq \lambda_3 \cdots \geq \lambda_N, \quad [4.15]$$

M bağlaşım matrisinin özdeğerleri olsun, n x n köşegen matris $\mathbf{D} > \mathbf{0}$ ve $\mathbf{d}^{-} < \mathbf{0}$ ve $\boldsymbol{\tau} > \mathbf{0}$olsun,

$$[Df(s(t)) + d\boldsymbol{\Gamma}]^T \mathbf{D} + \mathbf{D}[Df(s(t)) + d\boldsymbol{\Gamma}] \leq -\tau \mathbf{I}_n,$$

[4.12]

Bütün $\mathbf{d} < \mathbf{d}^{-}$için $\mathbf{I}_n \in R^{nxn}$ birim matrisidir ve;

$$c\lambda_2 \leq \mathrm{d}^{-} \quad [4.16]$$

Senkronizasyon durumu üstel olarak kararlıdır.

C bağlantı gücü yardımcı teoreme göre hesaplanır.

Yardımcı Teorem. Denklem (4.11)' deki ağ ele alınırsa; λ_2 karmaşık ağın bağlantı matrisi M'nin sıfır olmayan en büyük öz değeri olsun, $\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{x}_2(t) = \cdots = \mathbf{x}_N(t)$ ile tanımlanan ağın senkronizasyon durumu aşağıdaki durumlarda asimptotik olarak kararlıdır.

$$\lambda_2 \leq -\frac{T}{c} \quad [4.17]$$

Burada $c > 0$ ağın bağlantı gücü ve $T > 0$ ağın pozitif bir sabittir. Bu durumda 0 n boyutlu sistemin üstel olarak kararlı bir noktasıdır.

$$\begin{cases} \dot{z}_1 &= f_1(z) - Tz_1, \\ \dot{z}_2 &= f_2(z), \\ \vdots &\vdots \quad\quad \vdots \\ \dot{z}_n &= f_n(z). \end{cases} \qquad [4.18]$$

Denklem (4.18)'de sistemin aslında kendi kendine geri beslemeli bir kaotik osilatör olduğu belirtilir. Denklem (4.17)' e göre λ_2'nin yeterince negatif olması koşuluyla tüm ağın senkronize olacağı anlaşılır.

Burada T bir sabittir ve böylelikle -Tz1 geri beslemeli terimi ile geri beslemeli bir kaotik osilatörü stabilize edilebilir.

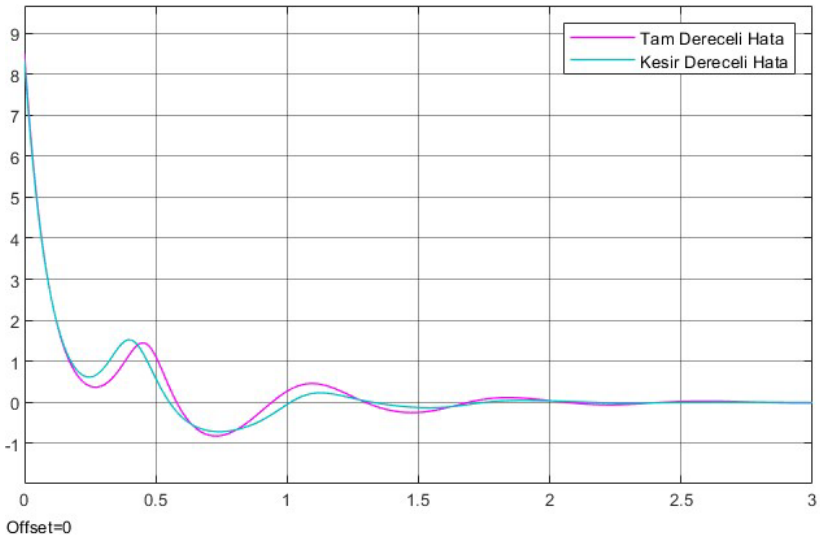
Düzenli bir karmaşık ağın her bir kesirli dereceden Sprott-H kaotik osilatörü aşağıdaki denklem (4.19) gibi tanımlanmıştır:

$$\begin{cases} D_t^{q_1} x_i(t) = -a y_i(t) - e z_i^2(t), \\ D_t^{q_2} y_i(t) = b x_i(t) - k y_i(t) + c \sum_{j=1}^{N} \mu_{ij} y_j, \\ D_t^{q_3} z_i(t) = -d z_i(t) + m x_i(t), \end{cases} \qquad [4.19]$$

i $= 1,2,3, \ldots ,9$ için $q_1 = q_2 = q_3 = 0.91'$dir ve

$a = b = d = m = 1,\ \ e = -1,\ \ k = -0.5$

Şekil (4.4) ile $j = 1,2,3, \ldots\ldots ,9$ için $x_j(t)$ durum değişkenlerinin zaman evrimi gösterir ve burada senkronizasyon gözlemlenebilir.



Şekil 4.4. Kesirli dereceli Sprott-H Osilatöründe y(t) dinamiğine ait kesir dereceli ve tam dereceli senkronizasyonu

Şekil incelendiğinde tam dereceli sistemin senkronizasyonu 2,8 saniyede gerçekleşirken, kesir dereceli sitemde ise 2 saniyenin altında gerçekleşmektedir.

5. ZAMAN GECİKMELİ KESİR DERECELİ KAOTİK SİSTEMLERİN SENKRONİZASYONU VE FPGA UYGULAMASI

Günümüzde birçok problemin araştırılması, çözümü ve kontrolü için matematiksel modellenmesi oldukça önemlidir. Matematiksel modellemelerde sistemin gerçek davranışının tam olarak belirlenememesi ve yakınsayan sonuçların elde edilmesi özellikle sürekli tekrarlanan sistemlerde önemli hata mekanizmalarının ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Bu durumda sistemin kontrol edilebilirliği zorlaşır ve sistem kararsız bir duruma gidebilir. Kararlılık birçok sistem ve uygulamalarda önemli bir problem olarak araştırma konusu olmuştur. Sistemin kararlılığını etkileyen en önemli parametrelerden biri zaman gecikmesidir. Diğer taraftan problemlerin gerçek sistem davranışlarının belirlenmesi de kontrol sistemleri için oldukça önemlidir. Elektrik, pinomatik ve hidrolik ağlar, kimyasal prosesler, uzun haberleşme hatları vb. gibi sistemlerde gecikmeyle çok sık karşılaşılmaktadır. Gecikmeler birçok fiziksel ve mühendislik sisteminin doğasında vardır. Gecikmeler özellikle haberleşme sistemlerde olumsuz etkilerini ideal olarak temsil etmek için kullanılır. Bu sistemler sadece diferansiyel denklemlerle tanımlanamaz. Özellikle kontrol sistemlerinde gerçek sistem davranışının modellenememesi sistemin kontrol edilebilirliğini zorlaştırmaktadır. Benzer durumlar kararsız sistemlerin durumunu koruması içinde geçerlidir. Bilindiği gibi dışarıdan kararsız gibi görünen ancak kendi içerisinde bir düzen bulunduran yapılar vardır. Düzensiz ve kararsız gibi görünen bu sistemlerin matematiksel modellenmesini mümkün kılan doğrusal olmayan sistemler vardır. Doğrusal olmayan dinamik denklemler ile matematiksel olarak tanımlanabilen bu denklemler kaotik sistemlerin modellenmesinde de kullanılmaktadır. Kaotik sistemler meteorolojiden, uzay bilimine, sağlıktan, kontrol sistemlerine ve güvenilir haberleşme gibi birçok uygulama alanı vardır.

Kesirli dereceli sistemlerde, kaotik sistemi modellemek için kesirli dereceli bir türev alıcı kullanılır. Bu çalışmada Simulink kullanılarak benzetimi, FPGA kullanılarak ise deneysel çalışması kesir dereceli olarak, frekans domeninde ifade edilmiştir. Bunun için Charef yaklaşımı kullanılır.

Bu çalışma, kesir dereceli kaotik sistemlerin zaman gecikmeli sistemlerde senkronizasyon süresini kısaltmak için bir kontrolör tasarımını ve güvenilir haberleşme sistemlerindeki FPGA uygulamalarını içermektedir. Yüksek çalışma

frekansları ve paralel işlem yapma kabiliyetleri nedeniyle FPGA yapılar kesir dereceli sistem tasarımında ön plana çıkmaktadır.

Mühendislik biliminde zaman domenindeki doğrusal sistemlerin frekans domeninde modellenmesinde Laplace dönüşüm metodu ve ters Laplace metodu kullanılmaktadır. Bu tezde kesir dereceli kaotik sistemlerin yüksek frekanslarda sayısal tabanlı FPGA ile gerçekleştirilmesi amaçlanmıştır. FPGA tasarımında kesir dereceli operatörler öncelikle frekans domeninde modellendikten sonra ters Laplace ile zaman HDL koduna dönüştürülerek gerçekleştirilebilir. Bu nedenle kesir dereceli sistemlerin frekans domeninde modellenmesine en uygun tanımlamalardan biri Charef yaklaşım metodudur [210]. Charef yaklaşım metodu ile s-domeninde kesir dereceli sistemin sürekli zamanlı yaklaşımı elde edilmektedir.

Bu yöntem ile kesir dereceli integral hesabının tam dereceye yakınsamış Laplace transfer fonksiyonu elde edilir.

$$I^{\alpha}{}_{(s)} = \frac{1}{s^{\alpha}} \qquad [5.1]$$

Denklemde; $s = jw$ kompleks frekans, α pozitif kesir derecesini temsil etmektedir.

$$I^{\alpha}{}_{(s)} = \frac{1}{s^{\alpha}} \approx \frac{1}{\left(1+\frac{s}{p_T}\right)^{\alpha}}, \qquad [5.2]$$

Burada, yakınsatılmış transfer fonksiyonunun hesaplanmasında; p_T köşe frekansı, p_0 ilk kutup değeri, y dB olarak hata oranını belirtmektedir. Son kutup olan p_N değeri ise N tarafından belirlenmektedir. $1/p_T$: durulma zaman sabitini temsil etmektedir. Buna göre kesir dereceli transfer fonksiyonu denklem (5.3) ile ifade edilmektedir.

$$I^{\alpha}{}_{(s)} = \frac{1}{s^{\alpha}} \approx \frac{1}{\left(1+\frac{s}{p_T}\right)^{\alpha}} \lim_{N\to\infty} \frac{\prod_{i=0}^{N-1}\left(1+\frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{i=0}^{N}\left(1+\frac{s}{p_i}\right)}, \qquad [5.3]$$

Transfer fonksiyonunun kutup ve sıfırları denklem (5.4) ile ifade edilmektedir. Denklem (5.5) ile $N-1$ sıfır ve kutup oranını ifade eden a, $N-1$ kutup ve sıfır oranını ifade eden a ve ab değerleri denklem (5.6) ile verilmektedir.

$$p_o = p_T 10^{[y/20\alpha]}, z_o = p_0 10^{[y/10(1-\alpha)]}, p_1 = z_0 10^{[y/10\alpha]}, z_1 = p_1 10^{[y/10(1-\alpha)]} \qquad [5.4]$$

$$z_{N-1} = p_{N-1} 10^{[y/10(1-\alpha)]}, p_N = z_{N-1} 10^{[y/10\alpha]} \qquad [5.5]$$

$$a = 10^{[y/10(1-\alpha)]} \quad b = 10^{[y/10\alpha]} \quad ab = 10^{[y/10\alpha(1-\alpha)]} \qquad [5.6]$$

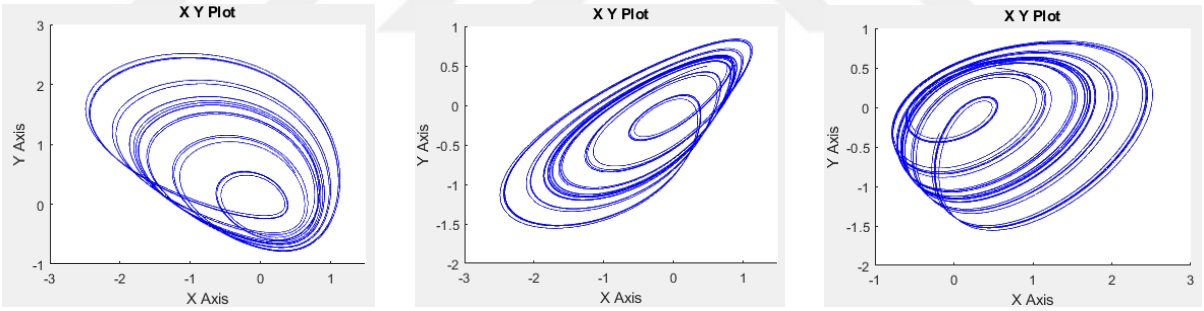
Elde edilen bu kısaltmalarla transfer fonksiyonu denklem (5.7) ile verilmiştir. Ayrıca transfer fonksiyonunun boyutunu gösteren N ifadesi ise denklem (5.8) ile verilmektedir.

$$I^{\alpha}{}_{(s)} = \frac{1}{s^{\alpha}} \approx \frac{1}{\left(1+\frac{s}{p_T}\right)^{\alpha}} \approx \frac{\prod_{i=0}^{N-1}\left(1+\frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{i=0}^{N}\left(1+\frac{s}{p_i}\right)} = \frac{\prod_{i=0}^{N-1}\left(1+\frac{s}{(ab)^i a p_0}\right)}{\prod_{i=0}^{N}\left(1+\frac{s}{(ab)^i p_0}\right)}, \quad [5.7]$$

$$N = int\left(\frac{log\left(\frac{\omega_{max}}{p_0}()\right)}{log(ab)}()\right) \quad [5.8]$$

Charef yaklaşım metodu ile elde edilen s^{α} değeri bu denklemlerle belirli frekans aralıklarında belirli hata oranı ile yaklaşık olarak frekans domeninde elde edilebilmektedir.

Öncelikle kaotik sistemin frekans alanındaki Sprott-H kesirli transfer fonksiyonu Simulink'te ve ardından FPGA'da uygulanmıştır. Sprott-H sistemine ait durum denklemleri aşağıda verilmiştir. Uygulamada Sprott-H kaotik üretecinin kesir derecesi $q_1 = q_2 = q_3 = 0{,}92$ için analiz yapılmış ve elde edilen benzetim sonuçları aşağıda Şekil (5.1)'de verilmektedir.



(a) **(b)** **(c)**

Şekil 5.1. Sprott-H kesir dereceli kaotik sistemin faz uzay diyagramı: **a)** x-y **b)** x-z **c)** y-z

(4.6) nolu denklemlerde x, y, z durum değişkenleridir.

Sistemin başlangıç şartları $x(0) = y(0) = z(0) = 0.5$ şeklindedir.

$$\frac{dx}{dt} = -y + z^2$$

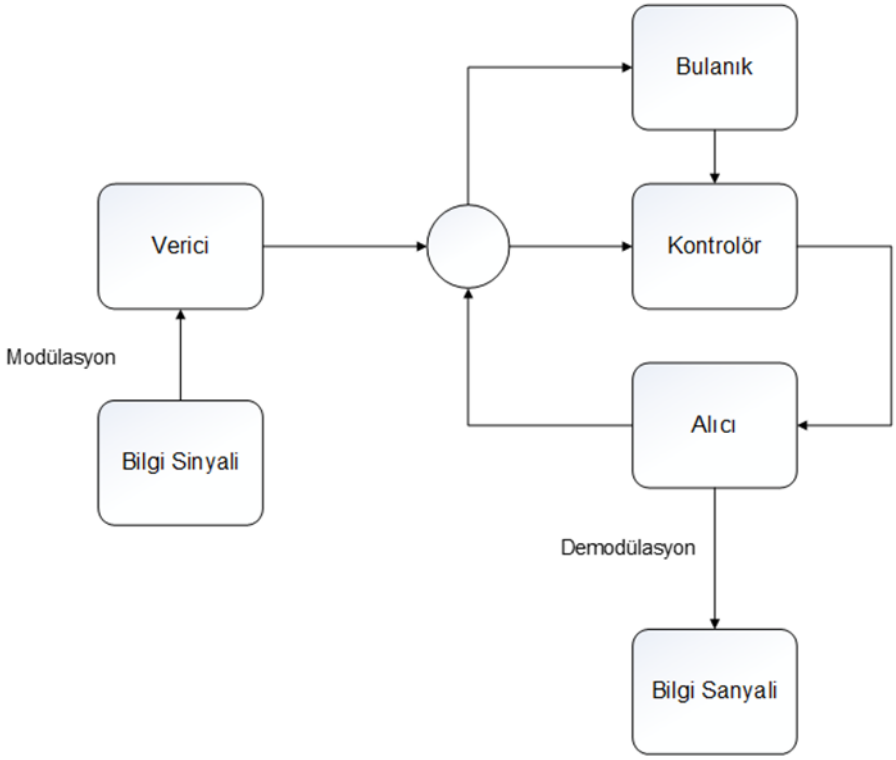
$$\frac{dy}{dt} = x + 0{,}5y \qquad [5.9]$$

$$\frac{dz}{dt} = x - z$$

$$H(s) = \frac{num(s)}{den(s)} = \frac{2{,}271s^2 + 490{,}24s + 630{,}95}{s^3 + 361s^2 + 776s + 10} \qquad [5.10]$$

Doğrusal olmayan dinamik denklemler ve zamanla değişen gecikmelerle hızlı anahtarlama topolojisine sahip kesir dereceli ağların tanımlanması ve senkronizasyonu için bir yöntem tasarlamak gerekli görünmektedir. Bu nedenle kesir dereceli ağın tanımlanması için yine kesir dereceli zaman gecikmeli doğrusal olmayan dinamik yapıların tanımlanması gerekmektedir. Ayrıca, kesir dereceli zaman gecikmeli ağların senkronizasyonu için bulanık modellere dayalı fonksiyonların tanımlanması gerekmektedir.

Güvenli haberleşme sistemi için önerilen kontrolörün blok şeması Şekil (5.2)'de gösterilmiştir. Bu şekilde görüldüğü gibi iki kaotik sisteme ihtiyaç vardır. Bilgi sinyalleri vericide modüle edilir ve alıcıda algılanır. Alıcı tarafına senkronizasyon ve parametre tahmin hatalarını sıfıra yakınsayan bir kontrolör eklenmiştir. Bu kontrolör bulanık bir yöntem kullanarak gerçekleşmektedir. Kontrolörün amacı senkronizasyonun en kısa sürede tüm düğüm noktaları için gerçekleştirilmesidir.



Şekil 5.2. Önerilen modelin blok diyagramı.

Çalışmada dinamik ağ yapısı, haberleşme sisteminde sürekli senkronizasyon ile gerçekleştirilmiştir. Bunun için alıcı tarafında zaman gecikmeli-kesir dereceli tanımlanan kaotik taşıyıcı n düğüm noktası için bir matris formuna dönüştürülmüştür. Alıcı tarafında n dinamik yapısı için elde edilen matrisin köşegen matrisi ile verici yapıda T-S bulanık kontrolcü ile elde edilen matrisin köşegenleri sürekli olarak bir hata fonksiyonu üreterek karşılaştırma yapılmıştır. Kontrolcü geri besleme ile hata fonksiyonunu sıfıra indirerek sürekli senkronizasyon sağlanmıştır.

Denklem (5.11) ve denklem (5.12)'te iki sistemi sırasıyla verici ve alıcı olarak tanımlanmaktadır. Verici tarafındaki parametre modülasyonu şu şekilde tanımlanır.

$$\hat{p}_i = p_i(t) + m_i(t) \qquad [5.11]$$

Alıcı tarafındaki tanımlama:

$$\widehat{p'}_i = p'_i(t) + m'_i(t) \qquad [5.12]$$

Senkronizasyon hatası şu şekilde tanımlanır:

$$\begin{cases} e_1 = x' - x \\ e_2 = y' - y \\ e_3 = z' - z \end{cases} \quad [5.13]$$

Ve parametrelerde bilgi sinyalinin hatası,

$$e_{p_i} = \widehat{p_i'} - \widehat{p_i} \quad [5.14]$$

$$e_{m_i} = m_i'(t) - m_i(t) \quad [5.15]$$

Sistemde asıl amaç, senkronizasyon ve güvenli haberleşme sağlamak için uygun kontrolör tasarlamaktır. Kontrolör, zaman geçirerek aşağıdaki durumlarda eş zamanlı olarak sıfıra yakınsama sağlamaktadır.

$$1 - \left|\left|x(t) - x'(t)\right|\right|$$

$$2 - \left\|\hat{p}(t) - \widehat{p'}(t)\right\| \quad [5.16]$$

$$3 - ||m(t) - m'(t)||$$

Yukarıda modellenen sistem matematiksel olarak iki düğüm noktası için aşağıdaki gibi ifade edilebilir. Buna göre alıcı devredeki zaman gecikmeli-kesir dereceli sistem için elde edilen denklem aşağıda verilmiştir.

$$\frac{d^\alpha x_i(t)}{dt^\alpha} = f\left(x_i(t)\right) + Ax_i(t-\tau) + \sum_{j=1}^{N} \sigma_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^{N} \omega_{ij} x_j(t-\tau) \quad [5.17]$$

Denklemde; σ_{ij} köşegen matris elemanlarını, ω_{ij} zaman-gecikmeli bölümlerin köşegen matrisinin elemanlarını ifade etmektedir. Verici devre için ise aşağıdaki denklem kullanılmıştır.

$$\frac{d^\alpha y_i(t)}{dt^\alpha} = f\left(y_i(t)\right) + Ay_i(t-\tau) + \sum_{j=1}^{N} \sigma'_{ij} y_j(t) + \sum_{j=1}^{N} \omega'_{ij} y_j(t-\tau) + u_i \quad [5.18]$$

Bu iki sistem arasındaki hata fonksiyonu ise;

$$\frac{d^\alpha e_i(t)}{dt^\alpha} = \sum_{j=1}^{N} \bar{\sigma}_{ij} y_j(t) + \sum_{j=1}^{N} \bar{\omega}_{ij} y_j(t-\tau) + u_i \quad [5.19]$$

olarak ifade edilir. Master-slave (alıcı-verici) devrelerde köşegen matris elemanlarının hata fonksiyonu $\bar{\sigma}_{ij=}\sigma'_{ij} - \sigma_{ij}$ ve zaman gecikmeli systemin hata fonksiyonu

$\bar{\omega}_{ij=}\omega'_{ij} - \omega_{ij}$ olarak gösterilir. Senkronizasyon anında hata fonksiyonlarının sıfır olması gerekmektedir.

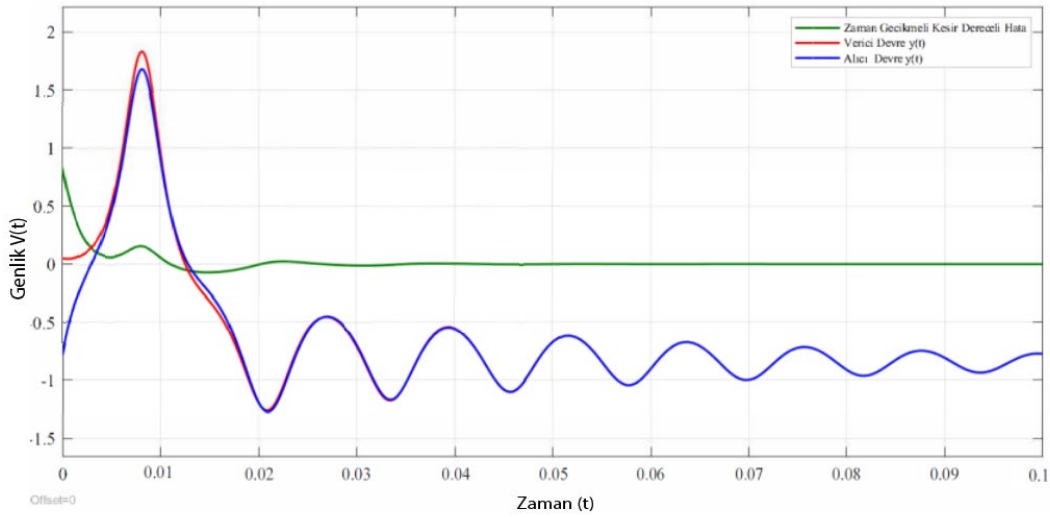
Buradan denklem (5.20) ile verilen kesir dereceli hesaplanmış Sprott-H taşıyıcı osilatörü düzenli bir karmaşık ağın yapısı olarak denklem (5.20) gibi tanımlanmıştır:

$$\begin{cases} D_t^{q_1} x_i(t) = -a y_i(t) - e z_i^2(t), \\ D_t^{q_2} y_i(t) = b x_i(t) - k y_i(t) + c \sum_{j=1}^{N} \mu_{ij} y_j, \\ D_t^{q_3} z_i(t) = -d z_i(t) + m x_i(t), \end{cases} \quad [5.20]$$

i $= 1,2,3,\ldots,9$ için $q_1 = q_2 = q_3 = 0.91'$dir ve

$a = b = d = m = 1,\ e = -1,\ k = -0.5$

Şekil (5.3) ile $j = 1,2,3,\ldots\ldots,9$ için $x_j(t)$ durum değişkenlerinin zaman gecikmesini gösterir ve burada senkronizasyon sağlanmış olur.



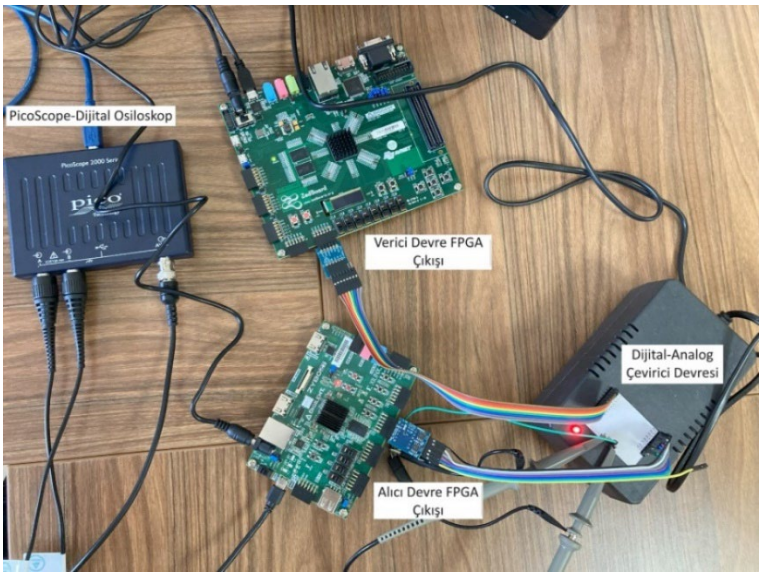
Şekil 5.3. Zaman gecikmeli kesir dereceli modelin benzetimi. Kırmızı renkli sinyal verici, mavi sinyal alıcı sinyali sembolize etmektedir. Yeşil sinyal ise alıcı verici sinyallerin hata miktarını göstermektedir.

Benzetimi yapılan çalışmanın sonuçları incelendiğinde 0.05 saniyenin altında sistem senkronize olmuştur. Bu sonuç ile daha az bilgi sinyalinin hata sinyaline dönüşmesi sağlanmıştır. Yapılan çalışmadaki sonuç senkronizasyon sürelerinin kısaltılmasıyla mümkün olmaktadır. Genel olarak kaos tabanlı güvenli haberleşme sistemlerinin amacı alıcı devreye iletilecek sinyalin gizlenmesidir. Yaygın olarak kullanılan

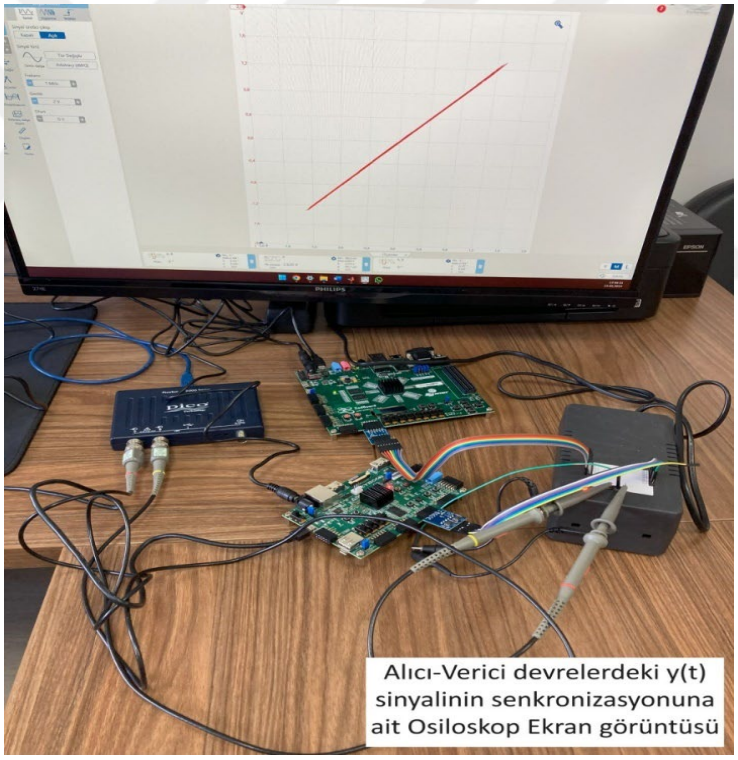
yöntemlerde, iletilen bilgi sinyali bir kaotik durum değişkeni ile gizlenmektedir. Bu gizlenen sinyal daha sonra, farklı gürültü seviyeleri ve gürültü çeşitliliğinden alıcıya iletilir. Gerek simülasyonda gerekse de FPGA uygulamalarında rastgele üretilen Gaussian gürültü eklenerek senkronizasyon sağlanmıştır. Alıcı devre modüleri sinyali aldığında, iletilen sinyalin yeniden elde edilebilmesi için öncelikle taşıyıcı sinyalin tekrarlanması gerekmektedir. Ancak taşıyıcı sinyalin yeniden elde edilmesi gerek doğrusal olmayan dinamik denklemlerin yapısından gerekse de zaman gecikmelerinden dolayı oldukça zordur. Bir haberleşme sisteminde gürültünün dikkate alınmasıyla bilgi sinyalinin iletilmesi birçok parametre dahil edilmiş olur. Tüm bu analizleri kesir dereceli kaotik sistemler kullanarak yapmak, önerilen haberleşme sistemini diğer türlere göre daha güvenli ve gerçek sistem davranışının elde edilmesine olanak sağlamaktadır.

Benzetimi yapılan çalışmanın deneysel uygulamasında FPGA yapıları kullanılmıştır. Tasarlanan çalışmada gerek kontrolörün gerekse de kesir dereceli sistemin ayrık devre elemanları ile gerçekleştirilmesi oldukça zordur. Ayrıca kaos tabanlı haberleşme sistemi ve kaotik osilatörün kesir dereceli elde edilmesi eklendiğinde tüm bu işlemler için yüksek frekanslı ve paralel işlem yapabilen bir tüm devre ihtiyacı doğmaktadır. Tüm bu nedenlerden dolayı FPGA geliştirme kartı kullanılarak çalışmanın uygulama devresi ve analizleri gerçekleştirilmiştir.

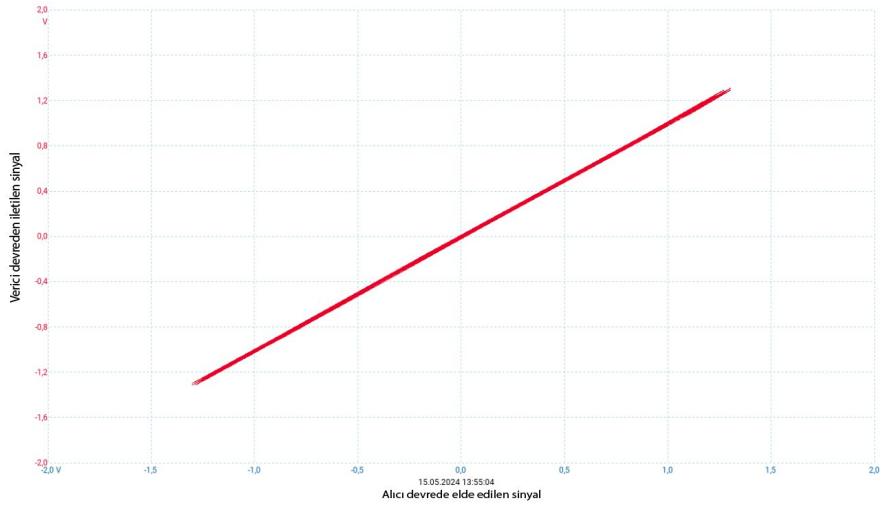
Kontrolör ve diğer tüm tasarımlarda Matlab Simulink Xilinx matematiksel bloklar kullanılmıştır. Yukarıda verilen matematiksel denklemler kesir dereceli kaotik yapıların FPGA uygulamalarında kullanıldığı gibi verici devrede blok yapılar co-simülasyon kullanılarak FPGA aktarımı sağlanmıştır. Ayrıca Simulink HDL-Coder toolbox kullanılarak alıcı devre için ise VHDL kod dönüşümü ile kod aktarımı sağlanmıştır. Böylelikle alıcı devre FPGA içerisine gömülerek bilgisayardan ve Matlab'dan bağımsız çalıştırılması sağlanmıştır. Şekil 6 ile uygulama devre şeması verilen deneysel çalışmada iki adet Xilinx geliştirme kartı kullanılmıştır. Ayrıca burada alıcı devre çıkışı ve verici devre çıkışındaki sinyallerin karşılaştırılması analog olarak elde edilmiştir. FPGA kart çıkışındaki alıcı-verici datalarının 8 bitlik dijital verisi DAC kullanılarak analog sinyale çevrilmiştir. Daha sonra elde edilen iki analog sinyal Şekil (5.4) ve Şekil (5.5)'de gösterildiği gibi PicoScope kullanılarak gözlemlenmiştir.



Şekil 5.4. FPGA ve DAC kullanılarak gerçekleştirilen uygulamanın deneysel bağlantıları.



Şekil 5.5. FPGA kart çıkışındaki alıcı-verici sinyallerin senkronizasyonu ve deneysel bağlantıları.



Şekil 5.6. FPGA çıkışındaki alıcı-verici sinyallerin senkronizasyonu.

Çalışmada önerilen zaman gecikmeli kesir dereceli kaotik tabanlı sistemin matematiksel modellemesinde ilk olarak kaotik taşıyıcı sinyalin kesir dereceli analizi Charef yaklaşım metodu ile yapılmıştır. Devamında alıcı devrede zaman gecikmeli olarak kesir dereceli kaotik taşıyıcı sinyalin elde edilmesinde her bir düğüm noktası için oluşturulan ağ matrisin köşegenlerinin hata fonksiyonu geri beslemesi ile sağlanarak dahil edilmiştir. Çalışma kapsamındaki amaç doğrultusunda önerilen sistem matematiksel olarak modellenerek benzetim ve FPGA uygulaması gerçekleştirilmiştir.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, kesir dereceli kaotik sistemlerde zaman gecikmeli kaotik sistemlerin senkronizasyon süresini kısaltmak için bir kontrolör tasarımı gerçekleştiriliş ve neticesinde haberleşme sistemlerinde kısa sürelerde senkronizasyon sağlanmıştır. Alıcı devrelerde tasarlanan kontrolör zaman gecikme parametrelerini de dahil ederek hızlı bir senkronizasyon sağlanmıştır. Böylece senkronizasyon olana kadar gerçekleşen hatalı bit sayıları azaltılmıştır. Buna ek olarak çalışma yüksek frekanslarda ve paralel çalışma kabiliyeti olan FPGA ile deneysel uygulaması gerçekleştirilmiş ve benzetim çalışmaları doğrulanmıştır.

Gerçekleştirilen bu çalışma neticesinde senkron sürelerinin kısaltılmasıyla haberleşme sistemlerinde BER/SNR oranlarının düşürülmesine önemli katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu önerilen tez çalışması özellikle Savunma Sanayii projelerinde yüksek hızlarda ve hedef-radar senkronizasyonun sağlanmasına önemli katkılar sunabileceği öngörülmektedir. Savunma sanayi odaklı yapılan elektronik harp saldırı ve savunma durumlarında zaman gecikmeli sitemlerin hesaplanması, kontrolü ve sonunda daha kısa sürelerde senkronize olması özellikle uzun mesafeli denemelerde önemli faydalar getirecektir.

KAYNAKLAR

[1] **Ayhan, İ.** (2012). TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi Psikoloji Köşesi,"Laplace Şeytanı, Kaos ve Kelebek Etkisi", http://www.biltek.tubitak.gov.tr/gelisim/psikoloji/deneme.html.

[2] **Yılmaz, D., & Güler, N. F.** (2006). A study on the chaotic time series analysis. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, *21*(4), 759-779.

[3] **Banerjee, S., & Kurths, J.** (2014). Chaos and cryptography: a new dimension in secure communications. *The European Physical Journal Special Topics*, *223*, 1441-1445.

[4] **Jin, L., Mei, J., & Li, L.** (2014). Chaos control of parametric driven Duffing oscillators. *Applied Physics Letters*, *104*(13).

[5] **Xiong, A., Zhao, X., Han, J., & Liu, G.** (2014). Application of the chaos theory in the analysis of EMG on patients with facial paralysis. In *Robot Intelligence Technology and Applications 2: Results from the 2nd International Conference on Robot Intelligence Technology and Applications* (pp. 805-819). Cham: Springer International Publishing.

[6] **Huang, Z., Dong, W., Duan, H., & Li, H.** (2013). Similarity measure between patient traces for clinical pathway analysis: problem, method, and applications. *IEEE journal of biomedical and health informatics*, *18*(1), 4-14.

[7] **Kang, Z., Sun, J., Ma, L., Qi, Y., & Jian, S.** (2014). Multimode synchronization of chaotic semiconductor ring laser and its potential in chaos communication. *IEEE journal of Quantum Electronics*, *50*(3), 148-157.

[8] **Barakat, M. L., Mansingka, A. S., Radwan, A. G., & Salama, K. N.** (2014). Hardware stream cipher with controllable chaos generator for colour image encryption. *IET image processing*, *8*(1), 33-43.

[9] **Anees, A., Siddiqui, A. M., & Ahmed, F.** (2014). Chaotic substitution for highly autocorrelated data in encryption algorithm. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, *19*(9), 3106-3118.

[10] **Ji, Y., Zhang, M., Wang, Y., Wang, P., Wang, A., Wu, Y., ... & Zhang, Y.** (2014). Microwave-photonic sensor for remote water-level monitoring based on chaotic laser. *International journal of bifurcation and chaos*, *24*(03), 1450032.

[11] **Wu, Z. G., Shi, P., Su, H., & Chu, J.** (2013). Sampled-data fuzzy control of chaotic systems based on a T–S fuzzy model. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, *22*(1), 153-163.

[12] **Yu, S. H., Kang, H. S., Kim, Y. T., Hyun, C. H., & Park, M.** (2014). Fuzzy adaptive modular design of uncertain chaotic Duffing oscillators. *International Journal of Control, Automation and Systems*, *12*, 188-194.

[13] **Deivasundari, P., Uma, G., & Ashita, S.** (2014). Chaotic dynamics of a zero average dynamics controlled DC–DC Ćuk converter. *IET Power Electronics*, *7*(2), 289-298.

[14] **Wei, D. Q., Wan, L., Luo, X. S., Zeng, S. Y., & Zhang, B.** (2014). Global exponential stabilization for chaotic brushless DC motors with a single input. *Nonlinear Dynamics*, *77*, 209-212.

[15] **Pomares, J., Perea, I., & Torres, F.** (2013). Dynamic visual servoing with chaos control for redundant robots. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, *19*(2), 423-431.

[16] **Çavuşoğlu, Ü., Akgül, A., Kaçar, S., Pehlivan, I., & Zengin, A.** (2016). A novel chaos-based encryption algorithm over TCP data packet for secure communication. *Security and Communication Networks*, *9*(11), 1285-1296.

[17] **Jakimoski, G., & Kocarev, L.** (2001). Chaos and cryptography: block encryption ciphers based on chaotic maps. *Ieee transactions on circuits and systems i: fundamental theory and applications*, *48*(2), 163-169.

[18] **Ott, E., Grebogi, C., & Yorke, J. A.** (1990). Erratum:``Controlling chaos"[Phys. Rev. Lett. 64, 1196 (1990)]. *Physical Review Letters*, *64*(23), 2837.

[19] **Lorenz, E. N.** (1963). Deterministic nonperiodic flow. *Journal of atmospheric sciences*, *20*(2), 130-141.

[20] **Chua, L.** (1971). Memristor-the missing circuit element. *IEEE Transactions on circuit theory*, *18*(5), 507-519.

[21] **Chua, L. O., & Lin, G. N.** (1990). Canonical realization of Chua's circuit family. *IEEE transactions on Circuits and Systems*, *37*(7), 885-902.

[22] **Atan, Ö.** Bulanık uyarlamalı parçacık sürü en iyileme yöntem ile kesir dereceli denetleyicilerin kaos tabanlı haberleşme sistemlerine uygulanması.

[23] **Cuomo, K. M., Oppenheim, A. V., & Strogatz, S. H.** (1993). Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with applications to communications. *IEEE Transactions on circuits and systems II: Analog and digital signal processing*, *40*(10), 626-633.

[24] **Kennedy, M. P., & Kolumban, G.** (2000). Digital communications using chaos. *Signal processing*, *80*(7), 1307-1320.

[25] **Chua, L. O., Desoer, C. A., & Kuh, E. S.** (1987). Linear and nonlinear circuits. *(No Title)*.

[26] **Peitgen, H. O., Jürgens, H., Saupe, D., & Feigenbaum, M. J.** (2004). *Chaos and fractals: new frontiers of science* (Vol. 106, pp. 560-604). New York: Springer.

[27] **Petráš, I. (**2011). *Fractional-order nonlinear systems: modeling, analysis and simulation*. Springer Science & Business Media.

[28] **Petras, I., & Bednarova, D.** (2010). Fractional-order chaotic systems. In *2009 IEEE Conference on Emerging Technologies&Factory Automation*.

[29] **Ma, S., Zheng, J., & Li, Y.** (2014). Chaos control and synchronization of a new fractional order chaotic system. *JOURNAL OF INFORMATION &COMPUTATIONAL SCIENCE*, *11*(10), 3469-3479.

[30] **Petráš, I., & Bednárová, D.** (2011). Control of fractional-order nonlinear systems: A review. *acta mechanica et automatica*, *5*(2), 96-100.

[31] **Silva-Juárez, A., Tlelo-Cuautle, E., de la Fraga, L. G., & Li, R.** (2021). Optimization of the Kaplan-Yorke dimension in fractional-order chaotic oscillators by metaheuristics. *Applied Mathematics and Computation*, *394*, 125831.

[32] **Behinfaraz, R., Badamchizadeh, M. A., & Ghiasi, A. R.** (2015). An approach to achieve modified projective synchronization between different types of fractional-

order chaotic systems with time-varying delays. *Chaos, Solitons & Fractals*, *78*, 95-106.

[33] **Behinfaraz, R., Ghaemi, S., & Khanmohammadi, S.** (2019). Risk assessment in control of fractional-order coronary artery system in the presence of external disturbance with different proposed controllers. *Applied Soft Computing*, *77*, 290-299.

[34] **Blakely, J. N., Milosavljevic, M. S., & Corron, N. J.** (2018). Analytic solution for a complex network of chaotic oscillators. *Entropy*, *20*(6), 468.

[35] **Lee, R. S.** (2019). Chaotic interval type-2 fuzzy neuro-oscillatory network (CIT2-FNON) for Worldwide 129 financial products prediction. *International Journal of Fuzzy Systems*, *21*(7), 2223-2244.

[36] **Zhu, J., Gong, Z., Sun, Y., & Dou, Z.** (2021). Chaotic neural network model for SMISs reliability prediction based on interdependent network SMISs reliability prediction by chaotic neural network. *Quality and Reliability Engineering International*, *37*(2), 717-742.

[37] **Er, M. J., Deng, C., Su, S. F., & Wang, N.** (2019). Fuzzy synchronization control of complex dynamical networks under network attacks and actuator faults. *International Journal of Fuzzy Systems*, *21*, 2043-2053.

[38] **Qian, Y., Hu, W., Lin, X., & Wang, B.** (2011). Fractional order proportional integral controller for active queue management of wireless network. In *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference* (pp. 4406-4410). IEEE.

[39] **Williams, R. L., & Lawrence, D. A.** (2007). *Linear state-space control systems*. John Wiley & Sons.

[40] **Khalil, H. K.** (2002). *Control of nonlinear systems*. Prentice Hall, New York, NY..

[41] **Bakshi, U. A. ve Bakshi, M. V.,** (2008). *Modern Control Theory*, Technical Publications.

[42] **Sastry, S.** (2013). *Nonlinear systems: analysis, stability, and control* (Vol. 10). Springer Science & Business Media.

[43] **Hirsch, M. W., Smale, S., & Devaney, R. L.** (2004). *Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos* (Vol. 60). Academic press.

[44] **Rajaei, R., Bagheri, A., Ramezani, A., Cornelius, S. P., & Gao, J.** (2018). Designing pinning network controllability for interdependent dynamical networks. In *2018 Annual American Control Conference (ACC)* (pp. 3478-3483). IEEE.

[45] **Wang, L., Zhang, J., & Sun, W.** (2019). Adaptive outer synchronization and topology identification between two complex dynamical networks with time-varying delay and disturbance. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, *36*(3), 949-961.

[46] **Zhang, H., Wang, X. Y., & Lin, X. H.** (2016). Topology identification and module–phase synchronization of neural network with time delay. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics: systems*, *47*(6), 885-892.

[47] **Wang, L., Ni, J., & Yang, C.** (2018). Synchronization of different uncertain fractional-order chaotic systems with external disturbances via TS fuzzy model. *Journal of Function Spaces*, *2018*.

[48] **Mohammadzadeh, A., & Ghaemi, S.** (2018). Robust synchronization of uncertain fractional-order chaotic systems with time-varying delay. *Nonlinear Dynamics*, *93*, 1809-1821.

[49] **Mohammadzadeh, A., Ghaemi, S., Kaynak, O., & Khanmohammadi, S.** (2016). Observer-based method for synchronization of uncertain fractional order chaotic systems by the use of a general type-2 fuzzy system. *Applied Soft Computing*, *49*, 544-560.

[50] **Sprott, J. C.** (1994). Some simple chaotic flows. *Physical review E*, *50*(2), R647.

[51] **Pehlivan, I., & Uyaroglu, Y.** (2007). Rikitake attractor and its synchronization application for secure communication systems. *Journal of Applied Sciences*, *7*(2), 232-236.

[52] **Holmes, P.** (1990). Poincaré, celestial mechanics, dynamical-systems theory and "chaos". *Physics Reports*, *193*(3), 137-163.

[53] **Van der Pol, B., & Van Der Mark, J.** (1927). Frequency demultiplication. *Nature*, *120*(3019), 363-364.

[54] **Kennedy, M., & Chua, L.** (1986). Van der Pol and chaos. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, *33*(10), 974-980.

[55] **Gleick, J., & Üçcan, F.** (1997). *Kaos: Yeni bir bilim teorisi*. Tübitak.

[56] **Van Wyk, M. A., & Steeb, W. H.** (2013). Chaos in Electronics, vol. 2.

[57] **Zaslavsky, G. M.** (2005). *Hamiltonian chaos and fractional dynamics*. Oxford University Press, USA.

[58] **Vaidyanathan, S., Zhu, Q., & Azar, A. T.** (2017). Adaptive control of a novel nonlinear double convection chaotic system. In *Fractional Order Control and Synchronization of Chaotic Systems* (pp. 357-385). Cham: Springer International Publishing.

[59] **Williams, G.** (1997). *Chaos theory tamed*. CRC Press.

[60] **Ott, E., Grebogi, C., & Yorke, J. A.** (1990). Controlling chaos. *Physical review letters*, *64*(11), 1196.

[61] **Williams, G.** (1997). *Chaos theory tamed*. CRC Press.

[62] **Strogatz, S. H.** (2001). Non-linear Dynamics and Chaos (Westview, New York, 1994); AS Pikovsky, MG Rosenblum, J. Kurths, Synchronization.

[63] **Güven, P.** (2006). *Otonom olmayan kaotik sistemlerde rasgele sayı üretiminin incelenmesi* (Doctoral dissertation, Fen Bilimleri Enstitüsü).

[64] **Li, L., Liu, X., Tang, M., Zhang, S., & Zhang, X. M.** (2021). Asymptotical synchronization analysis of fractional-order complex neural networks with non-delayed and delayed couplings. *Neurocomputing*, *445*, 180-193.

[65] **Zhao, Y., Li, X., & Rao, R.** (2021). Synchronization of nonidentical complex dynamical networks with unknown disturbances via observer-based sliding mode control. *Neurocomputing*, *454*, 441-447.

[66] **Divya, H., Sakthivel, R., & Liu, Y.** (2021). Delay-dependent synchronization of TS fuzzy Markovian jump complex dynamical networks. *Fuzzy Sets and Systems*, *416*, 108-124.

[67] **Kuo, Y. L., & Citra Resmi, I. E.** (2019). Model predictive control based on a Takagi–Sugeno fuzzy model for nonlinear systems. *International Journal of Fuzzy Systems*, *21*, 556-570.

[68] **Wang, L., Zhang, J., & Sun, W.** (2019). Adaptive outer synchronization and topology identification between two complex dynamical networks with time-varying delay and disturbance. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, *36*(3), 949-961.

[69] **Zhang, H., Wang, X. Y., & Lin, X. H.** (2016). Topology identification and module–phase synchronization of neural network with time delay. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics: systems*, *47*(6), 885-892.

[70] **Milani, M. M. R. A., Pehlivan, H., & Pour, S. H.** (2013). Kaos tabanlı bir şifreleme yöntemi ve analizi. *XIII. Akademik Bilişim Konferansı Bildiriler Kitabı*, 2-4.

[71] **Çiçek, İ., Pusane, A. E., & Dündar, G.** (2013). Random number generation using field programmable analog array implementation of logistic map. In *2013 21st Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU)* (pp. 1-4). IEEE.

[72] **Pamuk, N.** (2013). Dinamik sistemlerde kaotik zaman dizilerinin tespiti. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *15*(1), 78-92.

[73] **Bolotin, Y., Tur, A., & Yanovsky, V.** (2009). *Chaos: Concepts, control and constructive use* (pp. 19-34). Berlin, Germany: Springer.

[74] **Rössler, O. E.** (1976). An equation for continuous chaos. *Physics Letters A*, *57*(5), 397-398.

[75] **Duffing, G.** (1918). *Erzwungene Schwingungen bei veränderlicher Eigenfrequenz und ihre technische Bedeutung* (No. 41-42). Vieweg.

[76] **Wu, A., Mwachaka, S. M., Pei, Y., & Fu, Q.** (2018). A novel weak signal detection method of electromagnetic LWD based on a Duffing oscillator. *Journal of Sensors*, *2018*.

[77] **Chua, L.** (1980). Dynamic nonlinear networks: State-of-the-art. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, *27*(11), 1059-1087.

[78] **Kiliç, R.** (2010). *A practical guide for studying Chua's circuits* (Vol. 71). World Scientific.

[79] **Lü, J., & Chen, G.** (2002). A new chaotic attractor coined. *International Journal of Bifurcation and chaos*, *12*(03), 659-661.

[80] **Gürses, S., Akkaş, N., Platin, B. E.** (2006). Ters Dönmüş Bir Sarkacın Doğrusal Olmayan Konum Denetiminden En Büyük Lyapunov Üstelinin Poincare Kesitinden Elde Edilmesi. Journal of the Istanbul Kültür University Science and Engineering, 4(4).

[81] **Özer, Ş., & Zorlu, H.** (2012). DOĞRUSAL OLMAYAN PAR SİSTEMLER KULLANILARAK KAOTİK ZAMAN SERİSİ KESTİRİMİ. *Journal of the Faculty of Engineering & Architecture of Gazi University/Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi,*, *27*(2).

[82] **Koyuncu, İ.** (2014). *Kriptolojik uygulamalar için FPGA tabanlı yeni kaotik osilatörlerin ve gerçek rasgele sayı üreteçlerinin tasarımı ve gerçeklenmesi* (Doctoral dissertation, Sakarya Universitesi (Turkey)).

[83] **Narang, A.** (2012). Identification and control of fractional and integer order systems.

[84] **Chen, Y., Petras, I., & Xue, D.** (2009). Fractional order control-a tutorial. In *2009 American control conference* (pp. 1397-1411). IEEE.

[85] **Shah, P., & Agashe, S.** (2016). Review of fractional PID controller. *Mechatronics*, *38*, 29-41.

[86] **Calculus, K. N. F.** (1984). Koriyama.

[87] **Oldham, K., & Spanier, J.** (1974). *The fractional calculus theory and applications of differentiation and integration to arbitrary order*. Elsevier.

[88] **Oustaloup, A., Levron, F., Mathieu, B., & Nanot, F. M.** (2000). Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, *47*(1), 25-39.

[89] **Udita, N. K.** (2014). A new approach to generalized fractional derivatives. Bulletin of Mathematical Analysis and Applications, 6(4), 1-15.

[90] **Herzallah, M. A.** (2014). Notes on some fractional calculus operators and their properties. *J. Fract. Calc. Appl*, *5*(19), 1-10..

[91] **Jin, Y., Chen, Y. Q., & Xue, D.** (2011). Time-constant robust analysis of a fractional order [proportional derivative] controller. *IET control theory & applications*, *5*(1), 164-172.

[92] **Shah, P., & Agashe, S.** (2016). Review of fractional PID controller. *Mechatronics*, *38*, 29-41.

[93] **Xue, D., Chen, Y., & Atherton, D. P.** (2007). *Linear feedback control: analysis and design with MATLAB*. Society for Industrial and Applied Mathematics.

[94] **V. Çelik**. (2010) "Kesir Dereceli Yapıların Doğrusal Olmayan Davranışlar Üzerine Etkileri".

[95] **Zambrano-Serrano, E., Muñoz-Pacheco, J. M., & Campos-Cantón, E.** (2017). Chaos generation in fractional-order switched systems and its digital implementation. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, *79*, 43-52.

[96] **Boukhouima, A., Hattaf, K., Lotfi, E. M., Mahrouf, M., Torres, D. F., & Yousfi, N.** (2020). Lyapunov functions for fractional-order systems in biology: Methods and applications. *Chaos, Solitons & Fractals*, *140*, 110224.

[97] **Cardoso, L. C., Dos Santos, F. L. P., & Camargo, R. F.** (2018). Analysis of fractional-order models for hepatitis B. *Computational and Applied Mathematics*, *37*, 4570-4586.

[98] **Farman, M., Akgül, A., Ahmad, A., & Imtiaz, S.** (2020). Analysis and dynamical behavior of fractional-order cancer model with vaccine strategy. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, *43*(7), 4871-4882.

[99] **Onat, C., Şahin, M., & Yaman, Y.** (2012). Fractional controller design for suppressing smart beam vibrations. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, *84*(4), 203-212.

[100] **Ahmad, S., Ullah, A., Al-Mdallal, Q. M., Khan, H., Shah, K., & Khan, A.** (2020). Fractional order mathematical modeling of COVID-19 transmission. *Chaos, Solitons & Fractals*, *139*, 110256.

[101] **Rajagopal, K., Hasanzadeh, N., Parastesh, F., Hamarash, I. I., Jafari, S., & Hussain, I.** (2020). A fractional-order model for the novel coronavirus (COVID-19) outbreak. *Nonlinear Dynamics*, *101*, 711-718.

[102] **Bode, H. W.** (1945). Network analysis and feedback amplifier design. *(No Title)*.

[103] **Manabe, S.** (2003). Early development of fractional order control. In *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* (Vol. 37033, pp. 609-616).

[104] **Chen, Y., Petras, I., & Xue, D.** (2009, June). Fractional order control-a tutorial. In *2009 American control conference* (pp. 1397-1411). IEEE.

[105] **Koseoglu, M., Deniz, F. N., Alagoz, B. B., & Alisoy, H.** (2022). An effective analog circuit design of approximate fractional-order derivative models of M-SBL fitting method. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, *33*, 101069.

[106] **Podlubny, I.** (1998). *Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*. elsevier.

[107] **Hifler R.(**2001). Applications of Fractional Calculus in Physic, World Scientific, New Jersey.

[108] **Jesus, I. S., Tenreiro Machado, J. A., & Boaventure Cunha, J.** (2008). Fractional electrical impedances in botanical elements. *Journal of Vibration and Control*, *14*(9-10), 1389-1402.

[109] **Ahmed, E., El-Sayed, A. M., & El-Saka, H. A.** (2007). Equilibrium points, stability and numerical solutions of fractional-order predator–prey and rabies models. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *325*(1), 542-553.

[110] **Bodo, B., Mvogo, A., & Morfu, S.** (2017). Fractional dynamical behavior of electrical activity in a model of pancreatic β-cells. *Chaos, Solitons & Fractals*, *102*, 426-432.

[111] **Chen, W. C.** (2008). Nonlinear dynamics and chaos in a fractional-order financial system. *Chaos, Solitons & Fractals*, *36*(5), 1305-1314.

[112] **Tacha, O. I., Munoz-Pacheco, J. M., Zambrano-Serrano, E., Stouboulos, I. N., & Pham, V. T.** (2018). Determining the chaotic behavior in a fractional-order finance system with negative parameters. *Nonlinear Dynamics*, *94*, 1303-1317.

[113] **Zambrano-Serrano, E., Muñoz-Pacheco, J. M., & Campos-Cantón, E.** (2017). Chaos generation in fractional-order switched systems and its digital implementation. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, *79*, 43-52.

[114] **Balasubramaniam, P., Muthukumar, P., & Ratnavelu, K.** (2015). Theoretical and practical applications of fuzzy fractional integral sliding mode control for fractional-order dynamical system. *Nonlinear Dynamics*, *80*, 249-267.

[115] **Shamim, A., Radwan, A. G., & Salama, K. N.** (2011). Fractional smith chart theory. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, *21*(3), 117-119.

[116] **da Graça Marcos, M., Duarte, F. B., & Machado, J. T**. (2008). Fractional dynamics in the trajectory control of redundant manipulators. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, *13*(9), 1836-1844.

[117] **Said, L. A., Radwan, A. G., Madian, A. H., & Soliman, A. M.** (2016). Fractional-order inverting and non-inverting filters based on CFOA. In *2016 39th international conference on telecommunications and signal processing (TSP)* (pp. 599-602). IEEE.

[118] **Said, L. A., Ismail, S. M., Radwan, A. G., Madian, A. H., Abu El-Yazeed, M. F., & Soliman, A. M.** (2016). On the optimization of fractional order low-pass filters. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, *35*, 2017-2039.

[119] **Sprott, J. C.** (2000). Simple chaotic systems and circuits. *American Journal of Physics*, *68*(8), 758-763.

[120] **Xu, R., Gan, Q., & Ma, Z.** (2009). Stability and bifurcation analysis on a ratio-dependent predator–prey model with time delay. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, *230*(1), 187-203.

[121] **Das, S., Srivastava, M., & Leung, A. Y. T.** (2013). Hybrid phase synchronization between identical and nonidentical three-dimensional chaotic systems using the active control method. *Nonlinear dynamics*, *73*, 2261-2272.

[122] **Ge, Z. M., & Lin, G. H.** (2007). The complete, lag and anticipated synchronization of a BLDCM chaotic system. *Chaos, Solitons & Fractals*, *34*(3), 740-764.

[123] **Lu, J. G.** (2006). Chaotic dynamics of the fractional-order Lü system and its synchronization. *Physics Letters A*, *354*(4), 305-311.

[124] **Lu, J. G., & Chen, G.** (2006). A note on the fractional-order Chen system. *Chaos, Solitons & Fractals*, *27*(3), 685-688.

[125] **Zhu, H., Zhou, S., & Zhang, J.** (2009). Chaos and synchronization of the fractional-order Chua's system. *Chaos, Solitons & Fractals*, *39*(4), 1595-1603.

[126] **Daftardar-Gejji, V., & Bhalekar, S.** (2010). Chaos in fractional ordered Liu system. *Computers & mathematics with applications*, *59*(3), 1117-1127.

[127] **Zhang, W., Zhou, S., Li, H., & Zhu, H.** (2009). Chaos in a fractional-order Rössler system. *Chaos, Solitons & Fractals*, *42*(3), 1684-1691.

[128] **Petráš, I.** (2008). A note on the fractional-order Chua's system. *Chaos, Solitons & Fractals*, *38*(1), 140-147.

[129] **E. Z. Serrano.** (2017). "Fractional Order Chaotic Systems and Their Electronic Design Doctor en Control y Sistemas Dinámicos".

[130] **Wang, S. P., Lao, S. K., Chen, H. K., Chen, J. H., & Chen, S. Y.** (2013). Implementation of the fractional-order Chen–Lee system by electronic circuit. *International Journal of Bifurcation and chaos*, *23*(02), 1350030.

[131] **Yüce, A., & Tan, N.** (2020). Electronic realisation technique for fractional order integrators. *The journal of engineering*, *2020*(5), 157-167.

[132] **A. K. Mahmood, S. Abdul, ve R. Saleh.** (2015) "Realisation of Frartional Order Differentiator", c. 8, sayı 1, ss. 1939–1951.

[133] **Ou, Q., & Xu, L.** (2011). The circuit design and simulation of Chen chaotic system with fractional order. In *Proceedings of 2011 International Conference on Computer Science and Network Technology* (Vol. 2, pp. 1326-1329). IEEE.

[134] **Jun-Jie, L., & Chong-Xin, L.** (2007). Realization of fractional-order Liu chaotic system by circuit. *Chinese Physics*, *16*(6), 1586.

[135] **Lassoued, A., & Boubaker, O.** (2017). Dynamic analysis and circuit design of a novel hyperchaotic system with fractional-order terms. *Complexity*, *2017*.

[136] **Hammouch, Z., & Mekkaoui, T.** (2018). Circuit design and simulation for the fractional-order chaotic behavior in a new dynamical system. *Complex & Intelligent Systems*, *4*(4), 251-260.

[137] **Liu, L., & Liu, C.** (2014). Theoretical analysis and circuit verification for fractional-order chaotic behavior in a new hyperchaotic system. *Mathematical Problems in Engineering*, *2014*.

[138] **Wang, X., Kingni, S. T., Volos, C., Pham, V. T., Vo Hoang, D., & Jafari, S.** (2019). A fractional system with five terms: analysis, circuit, chaos control and synchronization. *International Journal of Electronics*, *106*(1), 109-120.

[139] **Pham, V. T., Kingni, S. T., Volos, C., Jafari, S., & Kapitaniak, T.** (2017). A simple three-dimensional fractional-order chaotic system without equilibrium: Dynamics, circuitry implementation, chaos control and synchronization. *AEU-international Journal of Electronics and Communications*, *78*, 220-227.

[140] **Joshi, M., Bhosale, S., & Vyawahare, V. A.** (2023). A survey of fractional calculus applications in artificial neural networks. *Artificial Intelligence Review*, *56*(11), 13897-13950.

[141] **Rössler, O. E.** (1976). An equation for continuous chaos. *Physics Letters A*, *57*(5), 397-398.

[142] **Saeed, U., & ur Rehman, M.** (2014). Hermite wavelet method for fractional delay differential equations. *Journal of Difference Equations*, *2014*, 1-8.

[143] **Yang, Y., & Huang, Y.** (2013). Spectral-collocation methods for fractional pantograph delay-integrodifferential equations. *Advances in Mathematical Physics*, *2013*.

[144] **Khader, M. M., & Hendy, A. S.** (2012). The approximate and exact solutions of the fractional-order delay differential equations using Legendre pseudospectral method. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, *74*(3), 287-297.

[145] **Wang, Z., Huang, X., & Zhou, J.** (2013). A numerical method for delayed fractional-order differential equations: based on GL definition. *Appl. Math. Inf. Sci*, *7*(2), 525-529.

[146] **Li, Z., Yan, Y., & Ford, N. J.** (2017). Error estimates of a high order numerical method for solving linear fractional differential equations. *Applied Numerical Mathematics*, *114*, 201-220.

[147] **Moghaddam, B. P., & Mostaghim, Z. S.** (2013). A numerical method based on finite difference for solving fractional delay differential equations. *Journal of Taibah University for Science*, *7*(3), 120-127.

[148] **Podlubny, I.** (1998). *Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*. elsevier.

[149] **Katugampola, U. N.** (2014). Existence and uniqueness results for a class of generalized fractional differential equations. *arXiv preprint arXiv:1411.5229*.

[150] **Kumar, D., Singh, J., & Kumar, S.** (2014). Numerical computation of nonlinear fractional Zakharov–Kuznetsov equation arising in ion-acoustic waves. *Journal of the Egyptian Mathematical Society*, *22*(3), 373-378.

[151] **Baranovski, A. L., Schwarz, W., & Mogel, A.** (1999). Statistical analysis and design of chaotic switched dynamical systems. In *1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)* (Vol. 5, pp. 467-470). IEEE.

[152] **Charef, A., Sun, H. H., Tsao, Y. Y., & Onaral, B.** (1992). Fractal system as represented by singularity function. *IEEE Transactions on automatic Control*, *37*(9), 1465-1470.

[153] **Chua, L.** (1980). Dynamic nonlinear networks: State-of-the-art. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, *27*(11), 1059-1087.

[154] **Kumar, G. M., & Chandrasekaran, V**. (2009). Fractional Order Lorenz Attractor: Numerical Solution And Its Novel Application to Image Encryption. In *IKE* (pp. 301-307).

[155] **Chen, G., & Ueta, T.** (1999). Yet another chaotic attractor. *International Journal of Bifurcation and chaos*, *9*(07), 1465-1466.

[156] **Li, C., & Peng, G.** (2004). Chaos in Chen's system with a fractional order. *Chaos, Solitons & Fractals*, *22*(2), 443-450.

[157] **Liu, C., Liu, L., & Liu, T.** (2009). A novel three-dimensional autonomous chaos system. *Chaos, Solitons & Fractals*, *39*(4), 1950-1958.

[158] **Daftardar-Gejji, V., & Bhalekar, S.** (2010). Chaos in fractional ordered Liu system. *Computers & mathematics with applications*, *59*(3), 1117-1127.

[159] **Mahmoud, M. S.** (2018). *Robust control and filtering for time-delay systems*. CRC Press.

[160] **Zhong, Q. C.** (2006). *Robust control of time-delay systems*. Springer Science & Business Media.

[161] **Schoen, G. M.** (1995). *Stability and stabilization of time-delay systems* (Doctoral dissertation, ETH Zurich).

[162] **Michiels, W., & Niculescu, S. I.** (2007). *Stability and stabilization of time-delay systems: an eigenvalue-based approach*. Society for Industrial and Applied Mathematics.

[163] **Wei, J., & Li, M. Y.** (2005). Hopf bifurcation analysis in a delayed Nicholson blowflies equation. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, *60*(7), 1351-1367.

[164] **Wei, J.** (2007). Bifurcation analysis in a scalar delay differential equation. *Nonlinearity*, *20*(11), 2483.

[165] **Yan, X. P., & Li, W. T.** (2006). Hopf bifurcation and global periodic solutions in a delayed predator–prey system. *Applied Mathematics and Computation*, *177*(1), 427-445.

[166] **Xu, C., Liao, M., & He, X.** (2011). Stability and Hopf bifurcation analysis for a Lotka-Volterra predator-prey model with two delays. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, *21*(1), 97-107.

[167] **Hu, J., Cao, J., & Hayat, T.** (2014). Stability and Hopf bifurcation analysis for an energy resource system. *Nonlinear Dynamics*, *78*, 219-234.

[168] **Driver, R. D.** (2012). *Ordinary and delay differential equations* (Vol. 20). Springer Science & Business Media.

[169] **Kuang, Y.** (ed.). (1993). *Delay differential equations: with applications in population dynamics*. Academic press.

[170] **Mackey, M. C., & Glass, L.** (1977). Oscillation and chaos in physiological control systems. *Science*, *197*(4300), 287-289.

[171] **Ucar, A.** (2003). On the chaotic behaviour of a prototype delayed dynamical system. *Chaos, Solitons & Fractals*, *16*(2), 187-194.

[172] **Lu, H., & He, Z.** (1996). Chaotic behavior in first-order autonomous continuous-time systems with delay. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, *43*(8), 700-702.

[173] **Lu, H., He, Y., & He, Z.** (1998). A chaos-generator: Analyses of complex dynamics of a cell equation in delayed cellular neural networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, *45*(2), 178-181.

[174] **Kolmanovskii, V. B., Niculescu, S. I., & Richard, J. P**. (1998). Some remarks on the stability of linear systems with delayed state. In *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 98CH36171)* (Vol. 1, pp. 299-304). IEEE.

[175] **Wu, S., & Ren, G.** (2004). Delay-independent stability criteria for a class of retarded dynamical systems with two delays. *Journal of Sound and Vibration*, *270*(4-5), 625-638.

[176] **Kolmanovskii, V. B., Niculescu, S. I., & Richard, J. P.** (1998). Some remarks on the stability of linear systems with delayed state. In *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 98CH36171)* (Vol. 1, pp. 299-304). IEEE.

[177] **Han, Q. L.** (2001). On delay-dependent stability for neutral delay-differential systems.

[178] **Park, G. S., Choi, H. L., & Lim, J. T.** (2008). On stability of linear time-delay systems with multiple delays. *International Journal of Systems Science*, *39*(8), 839-852.

[179] **Kolmanovskii, V. B., Niculescu, S. I., & Richard, J. P.** (1998). Some remarks on the stability of linear systems with delayed state. In *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 98CH36171)* (Vol. 1, pp. 299-304). IEEE.

[180] **Park, G. S., Choi, H. L., & Lim, J. T.** (2008). On stability of linear time-delay systems with multiple delays. *International Journal of Systems Science*, *39*(8), 839-852.

[181] **Jankovic, M.** (2001). Control Lyapunov-Razumikhin functions and robust stabilization of time delay systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, *46*(7), 1048-1060.

[182] **Yaghoobi, S., Parsa Moghaddam, B., & Ivaz, K.** (2018). A numerical approach for variable-order fractional unified chaotic systems with time-delay. *Computational Methods for Differential Equations*, *6*(4), 396-410.

[183] **Bhalekar, S., & Daftardar-Gejji, V.** (2010). Fractional ordered Liu system with time-delay. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, *15*(8), 2178-2191.

[184] **Daftardar-Gejji, V., Bhalekar, S., & Gade, P.** (2012). Dynamics of fractional-ordered Chen system with delay. *Pramana*, *79*, 61-69.

[185] **Sprott, J. C.** (1994). Some simple chaotic flows. *Physical review E*, *50*(2), R647.

[186] **Pecora, L. M., & Carroll, T. L.** (1990). Synchronization in chaotic systems. *Physical review letters*, *64*(8), 821.

[187] **Çavuşoğlu, Ü., Uyaroğlu, Y., & Pehlivan, İ.** (2014). Sürekli Zamanlı otonom Kaotik devre Tasarımı ve sinyal gizleme uygulaması. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, *29*(1).

[188] **Riaz, A., & Ali, M.** (2008). Chaotic communications, their applications and advantages over traditional methods of communication. In *2008 6th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing* (pp. 21-24). IEEE.

[189] **Pecora, L. M., & Carroll, T. L.** (1990). Synchronization in chaotic systems. *Physical review letters*, *64*(8), 821.

[190] **Bai, E. W., & Lonngren, K. E.** (1997). Synchronization of two Lorenz systems using active control. *Chaos, Solitons & Fractals*, *8*(1), 51-58.

[191] **Liao, T. L., & Lin, S. H.** (1999). Adaptive control and synchronization of Lorenz systems. *Journal of the Franklin Institute*, *336*(6), 925-937.

[192] **Uçar, A., Lonngren, K. E., & Bai, E. W.** (2003). Synchronization of chaotic behavior in nonlinear Bloch equations. *Physics Letters A*, *314*(1-2), 96-101.

[193] **Huang, L., Feng, R., & Wang, M.** (2004). Synchronization of chaotic systems via nonlinear control. *Physics Letters A*, *320*(4), 271-275.

[194] **Park, J. H.** (2005). Chaos synchronization of a chaotic system via nonlinear control. *Chaos, Solitons & Fractals*, *25*(3), 579-584.

[195] **Wang, F., & Liu, C.** (2007). Synchronization of unified chaotic system based on passive control. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, *225*(1), 55-60.

[196] **Bai, E. W., & Lonngren, K. E.** (1997). Synchronization of two Lorenz systems using active control. *Chaos, Solitons & Fractals*, *8*(1), 51-58.

[197] **Behinfaraz, R., Badamchizadeh, M. A., & Ghiasi, A. R.** (2015). An approach to achieve modified projective synchronization between different types of fractional-order chaotic systems with time-varying delays. *Chaos, Solitons & Fractals*, *78*, 95-106..

[198] **Silva-Juárez, A., Tlelo-Cuautle, E., de la Fraga, L. G., & Li, R.** (2021). Optimization of the Kaplan-Yorke dimension in fractional-order chaotic oscillators by metaheuristics. *Applied Mathematics and Computation*, *394*, 125831.

[199] **Behinfaraz, R., & Badamchizadeh, M. A.** (2015). New approach to synchronization of two different fractional-order chaotic systems. In *2015 the international symposium on artificial intelligence and signal processing (AISP)* (pp. 149-153). IEEE.

[200] **Behinfaraz, R., Ghaemi, S., & Khanmohammadi, S.** (2019). Risk assessment in control of fractional-order coronary artery system in the presence of external disturbance with different proposed controllers. *Applied Soft Computing*, *77*, 290-299.

[201] **Blakely, J. N., Milosavljevic, M. S., & Corron, N. J.** (2018). Analytic solution for a complex network of chaotic oscillators. *Entropy*, *20*(6), 468.

[202] **Lee, R. S.** (2019). Chaotic interval type-2 fuzzy neuro-oscillatory network (CIT2-FNON) for Worldwide 129 financial products prediction. *International Journal of Fuzzy Systems*, *21*(7), 2223-2244.

[203] **Zhu, J., Gong, Z., Sun, Y., & Dou, Z.** (2021). Chaotic neural network model for SMISs reliability prediction based on interdependent network SMISs reliability prediction by chaotic neural network. *Quality and Reliability Engineering International*, *37*(2), 717-742.

[204] **Jafari, A. A., Mohammadi, S. M. A., & Naseriyeh, M. H.** (2019). Adaptive type-2 fuzzy backstepping control of uncertain fractional-order nonlinear systems with unknown dead-zone. *Applied Mathematical Modelling*, *69*, 506-532.

[205] **Ma, Z., & Ma, H.** (2019). Adaptive fuzzy backstepping dynamic surface control of strict-feedback fractional-order uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, *28*(1), 122-133.

[206] **Mohammadzadeh, A., & Ghaemi, S.** (2018). Robust synchronization of uncertain fractional-order chaotic systems with time-varying delay. *Nonlinear Dynamics*, *93*, 1809-1821.

[207] **Mohammadzadeh, A., Ghaemi, S., Kaynak, O., & Khanmohammadi, S.** (2016). Observer-based method for synchronization of uncertain fractional order chaotic systems by the use of a general type-2 fuzzy system. *Applied Soft Computing*, *49*, 544-560.

[208] **Wang, L., Zhang, J., & Sun, W.** (2019). Adaptive outer synchronization and topology identification between two complex dynamical networks with time-varying delay and disturbance. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, *36*(3), 949-961.

[209] **Wang, L., Ni, J., & Yang, C.** (2018). Synchronization of different uncertain fractional-order chaotic systems with external disturbances via TS fuzzy model. *Journal of Function Spaces*, *2018*.

[210] **Charef, A., Sun, H. H., Tsao, Y. Y., & Onaral, B.** (1992). Fractal system as represented by singularity function. *IEEE Transactions on automatic Control*, *37*(9), 1465-1470.